Office-Peters

Physikalische Zeitschrift

begründet von E. Riecke und H. Th. Simon

vereinigt mit dem

Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik

begründet von Johannes Stark

Herausgeber:

Prof. Dr. **P. Debye**, Prof. Dr. **F. Harms** und Prof. Dr. **R. Seeliger**

Die Physikalische Zeitschrift erscheint monatlich zweimal im Umfange von drei bis vier Bogen und wird vierteljährlich für Reichsmark 11.— postfrei geliefert. Für das Ausland beträgt der Preis $ 3.– vierteljährlich. Für die Mitglieder der Deutschen Physikalischen Gesellschaft im Inland Reichsmark 9.—, im Ausland $ 2.60. Bestellungen nehmen jede Buchhandlung sowie die Verlagsbuchhandlung entgegen. Anzeigen werden für die einmal gespaltene Millimeterzeile mit Reichsmark —.35, Beilagen mit Reichsmark 60.– berechnet.

Alle Manuskripte und darauf bezügliche Zuschriften sind an Prof. Dr. F. Harms, Würzburg, Bismarckstr. 1, zu senden, mit Ausnahme der zusammenfassenden Berichte, deren Redaktion Prof. Dr. R. Seeliger, Greifswald, Loitzerstr. 43, führt. Büchersendungen und Anzeigen-Aufträge direkt an den Verlag.

No. 12. Ausgegeben am 15. Juni 1927. No. 736. Printed in Germany. 28. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

H. Witte, Über die Bestimmung von Elektrometerkapazitäten. I. S. 429—440.
W. Kastrow, Zur Theorie des Stromes der elektrischen Zerstreuung. S. 440—444.
R. Ambronn, Ein Elektrometer zur Bestimmung des Emanationsgehaltes der Bodenluft (D. R. P.). S. 444—446.
H. Lorenz, Wärmeübergang und Turbulenz. S. 446—448.
A. C. Lunn und J. K. Senior, Über die Raum-Zeit-Gruppen von Kolkmeijer. S. 448—453.
G. B. Hagen, Ein Demonstrationsmodell zur Veranschaulichung des Laue-Effektes. S. 453—455.
R. Sänger, Dielektrizitätskonstante des dampfförmigen Äthyläthers und Äthylalkohols. S. 455—457.

Besprechungen:

E. Jochmann, O. Hermes und P. Spies, Grundriß der Experimentalphysik. S. 458.
J. Franck und P. Jordan, Anregung von Quantensprüngen durch Stöße. S. 458—459.
R. Hertz, Röntgenstrahlen. S. 459.
U. Retzow, Die Eigenschaften elektrotechnischer Isoliermaterialien in graphischen Darstellungen. S. 459.
St. Jellinek, Spurenkunde der Elektrizität, Elektrophysiographie. S. 460.

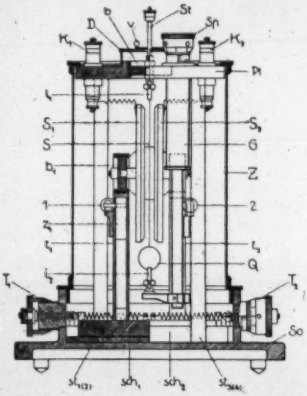
Berichtigung. S. 460.
Personalien. S. 460.
Angebote. S. 460.
Gesuche. S. 460.

VERLAG VON S. HIRZEL IN LEIPZIG

Mit einer Beilage von Johann Ambrosius Barth in Leipzig, betreffend: Leo Wenzel Pollak, Rechentafeln zur harmonischen Analyse.

Phys.-mech. Institut von Prof. Dr. M. Th. Edelmann & Sohn,

München.



Saiten-Elektrometer

nach Lutz-Edelmann (neue Form).

C. W. Lutz, Physik. Zeitschrift, 24. Jahrgang. 1923. Seite 166—170.

Katalog 30, Spezialliste No. 32 über Saitengalvanometer und Registrierapparate, Spezialliste No. 31 über einfache Präzisionsschulapparate gratis und franko.

Überragend

sind unsere überall bekannten

aschefreien Filter Nr. 589 u. 590.

Mit unseren

Rundfiltern
Faltenfiltern
Extraktionshülsen
Filtrierpapieren in Bogen

bilden sie unentbehrliche Hilfsmittel für jedes Laboratorium.

Unsere Preisliste, ein Wegweiser für jeden Interessenten, versenden wir kostenfrei.

Carl Schleicher & Schüll

DÜREN, Rheinl.

Tesla

bis ½ Kilowatt-Leistung, zum direkten Anschluß an die Lichtleitung, verblüffende Leistungen

*

Alle Hochspannunggeräte

Als Spezialität:

Moderne Röntgenapparaturen höchster Leistung

*

Fordern Sie ausführliche Listen

*

Dr. B. Thieme

Fabrik wissenschaftl.-techn. Apparate

Berlin-Tempelhof

Kaiser-Corso 3 / Gegründet 1908

(vormals Baltic-Werke Berlin-Düren-Warnemünde)

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 12. 15. Juni 1927. Redaktionsschluß für No. 14 am 5. Juli 1927. 28. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

H. Witte, Über die Bestimmung von Elektrometerkapazitäten. I. S. 429.
W. Kastrow, Zur Theorie des Stromes der elektrischen Zerstreuung. S. 440.
R. Ambronn, Ein Elektrometer zur Bestimmung des Emanationsgehaltes der Bodenluft (D. R. P.). S. 444.
H. Lorenz, Wärmeübergang und Turbulenz. S. 446.
A. C. Lunn und J. K. Senior, Über die Raum-Zeit-Gruppen von Kolkmeijer. S. 448.
G. B. Hagen, Ein Demonstrationsmodell zur Veranschaulichung des Laue-Effektes. S. 453.
R. Sänger, Dielektrizitätskonstante des dampfförmigen Äthyläthers und Äthylalkohols. S. 455.

Besprechungen:

E. Jochmann, O. Hermes und F. Spies, Grundriß der Experimentalphysik. 20. Aufl. S. 458.
J. Franck und P. Jordan, Anregung von Quantensprüngen durch Stöße. S. 458.
R. Hertz, Röntgenstrahlen. S. 459.
U. Retzow, Die Eigenschaften elektrotechnischer Isoliermaterialien in graphischen Darstellungen. S. 459.
St. Jellinek, Spurenkunde der Elektrizität, Elektrophysiographie. S. 460.

Berichtigung. S. 460.
Personalien. S. 460.
Angebote. S. 460.
Gesuche. S. 460.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Bestimmung von Elektrometerkapazitäten. I.

Von H. Witte.

Inhaltsübersicht.

Das von Pungs und Preuner angegebene Schwebungsverfahren zur Bestimmung der Kapazität von Kondensatoren wird zur Bestimmung der Kapazität von Elektrometern verwendet. Es wird die Kapazität eines Einfaden-Elektrometers in Abhängigkeit von der Stellung der Hilfsschneiden gemessen. Ferner wird die Abhängigkeit der Kapazität einiger Elektrometer vom Ausschlage bestimmt. Zur Ermittelung des Absolutwertes von Elektrometerkapazitäten wird ein Verfahren angegeben, bei dem Vergleichsversuche mit Elektrometerattrappen angestellt werden müssen.

1. Es sei im folgenden über eine auf Veranlassung von Herrn Prof. Dr. Ludewig unternommene Arbeit[1]) berichtet, die die Messung der Kapazität von Elektrometern mit hochfrequenten Schwingungen zum Gegenstand hat.

Zumeist benutzt man zur Ermittelung von Elektrometerkapazitäten statische Methoden, z. B. die Harmssche Methode[2]). Dazu ist ein Normalkondensator nötig, dessen Influenzierungskoeffizient bestimmt ist. Auch bei sorgfältiger Ausführung der Messung streuen die erhaltenen Werte noch ziemlich erheblich. Die Gründe für die Unsicherheit der Messung sind von Harms (l. c.) und anderen diskutiert.

Es wurde versucht, die Kapazität von Elektrometern nach dem Schwebungsverfahren mit Hilfe von Elektronenröhren zu bestimmen und die große Empfindlichkeit dieser Methode auszunutzen, um die Abhängigkeit der Elektrometerkapazität vom Ausschlag festzustellen.

Die Untersuchungen wurden mit weitgehender Unterstützung seitens der Helmholtz-Gesellschaft ausgeführt, wofür auch an dieser Stelle aufrichtigst gedankt sei.

2. Die untersuchten Elektrometer sind in der Fig. 1 zusammengestellt. Es sind dies:

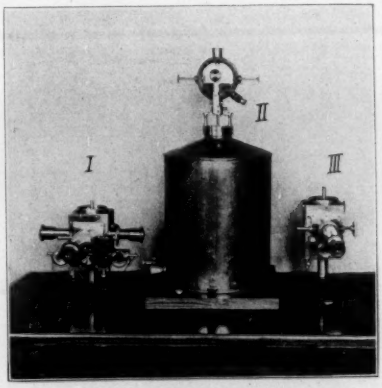


Fig. 1.

I. Ein Einfaden-Elektrometer nach Wulf von Günther & Tegetmeyer, Braunschweig, mit zwei Schneiden für Hilfspotential[1]).

II. Ein Aluminiumblatt-Elektrometer nach Elster und Geitel auf einer Fontakto-

1) Dieselbe war bereits vor einem Jahr abgeschlossen, ihre Veröffentlichung verzögerte sich aber aus verschiedenen Gründen.

2) Harms, Physik. Zeitschr. 5, 47, 1904.

1) Wulf, Physik. Zeitschr. 15, 250, 1914.

skopkanne. Statt des von der Firma mitgelieferten Zerstreuungszylinders ist ein Zerstreuungsstab von 16,3 cm Länge und 0,5 cm Durchmesser eingesetzt. Das benutzte Elektrometer weicht insofern von

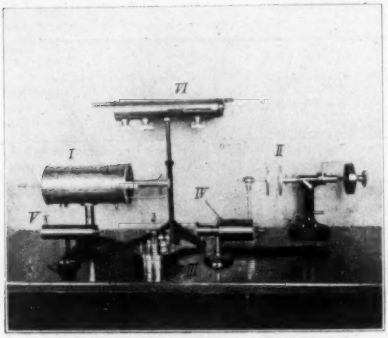


Fig. 2.

dem normalen Fontaktoskop-Elektrometer ab, als oberhalb des das System haltenden Bernsteinstükkes ein Kontakt vorhanden ist, der zum Aufsetzen von Zusatzkapazitäten dienen kann. Dieser Kon-

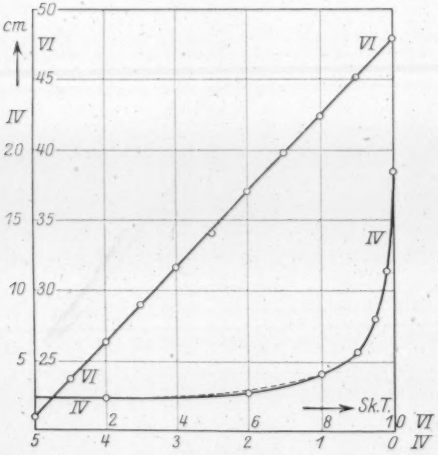


Fig. 3.

takt wurde bei den Messungen zur bequemen Zuführung der Leitungen benutzt.

III. Ein Einfaden-Elektrometer nach Wulf, von Günther & Tegetmeyer, Braunschweig, ohne Hilfskonduktor und ohne Hilfsspannung.

An Vergleichskondensatoren (siehe Fig. 2) standen für die Messung zur Verfügung:

I. Ein Zylinderkondensator[1]). Kapazität je nach Schaltung in den Grenzen 20 bis 525 cm regulierbar.

II. Ein selbstgebauter Plattenkondensator, regulierbar in den Grenzen 5—37,5 cm. Die Schutzkappe ist in Fig. 2 abgenommen.

III. Ein unveränderlicher Plattenkondensator von 10,04 cm Kapazität der Firma Günther & Tegetmeyer.

IV. Ein variabler Plattenkondensator der Firma Günther & Tegetmeyer mit Feineinstellung in den Grenzen von 2—18,5 cm. Eichkurve siehe Fig. 3.

V. Ein selbstgebauter unveränderlicher Röhrenkondensator von ca. 3,4 cm Kapazität.

VI. Ein variabler Röhrenkondensator nach Wulf[2]), veränderlich in den Grenzen 21 bis 48 cm. Eichkurve siehe Fig. 3.

Während beim Beginn der Versuche nur die Kondensatoren I und II vorhanden waren, wurden später die Hauptversuche mit dem Kondensator IV nach Eichung durch die Physikalisch-Technische Reichsanstalt ausgeführt. Erst gegen Ende dieser Arbeit stand der für diese Zwecke besonders geeignete Wulfsche Röhrenkondensator VI mit seiner geradlinigen Eichkurve zur Verfügung.

3. Die Apparatur für Schwebungsmessungen wurde der Schaltanordnung von Pungs und Preuner[3]) nachgebildet. Der Hochfrequenzschwingungskreis I ist mit dem Hochfrequenzschwingungskreis II gekoppelt. Beide Kreise waren bis in Einzelheiten völlig gleich gebaut und wurden bei Frequenzen von 10^5 Hertz betrieben. Das Schaltbild (Fig. 4) zeigt die Abmessungen des Aufbaues der Apparate. Die beiden Hochfrequenzschwingungskreise einschließlich der Heiz- und Anodenbatterien waren durch geschlossene Zinkkästen elektrostatisch geschützt. Aus dem Zinkkasten II führten zwei Leitungen zu dem Vergleichskondensator C_n und dem unbekannten Kondensator C_x; die auf einem langen Tisch in großer Entfernung voneinander aufgestellt waren. Der Normalkondensator wurde durch die 2 m lange, runde, mit einfacher Führung versehene Holzstange S von fern reguliert. Der Schwingungskreis III ist der Tonkreis, in dem

1) Von der Firma Günther & Tegetmeyer nach Harmsschem Prinzip konstruiert.
2) Wulf, Physik. Zeitschr. **26**, 353. 1925.
3) Pungs und Preuner, Physik. Zeitschr. **20**, 543. 1919.

sich zur Feinregulierung mehrere Kondensatoren C_f befinden, die auch durch lange Glasrohrhebel von fern betätigt werden konnten. Der Beobachter befand sich bei der Messung in B, wo

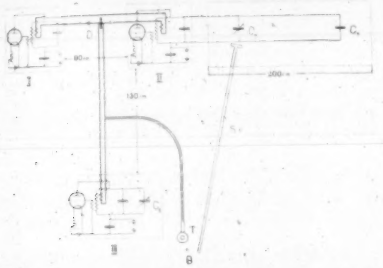


Fig. 4.

das Telephon hinreichte und von wo die Kondensatoren C_f und durch die Stange S der Kondensator C_u reguliert werden konnten.

Bei den Arbeiten mit der Schwebungsapparatur wurden die gleichen Erfahrungen gemacht, die schon von anderer Seite[1]) mehrfach beschrieben worden sind. Anfangs wurden zum Heizen der Glühfäden im Institut vorhandene relativ kleine Akkumulatoren verwendet. Es zeigten sich Schwankungen der Schwebungen, die z. T. so stark waren, daß die Messungen unmöglich wurden. Erst nach Einbau von drei 6-Voltbatterien von 58 Amperestunden Kapazität waren diese Unregelmäßigkeiten beseitigt. Benutzt wurden zu allen Messungen *RE*-11-Röhren der Firma Telefunken, die sich im allgemeinen gut bewährt haben. Es stellte sich als zweckmäßig heraus, die Heizung der Röhren nicht zu groß zu wählen und mit möglichst geringen Energiemengen in den Hochfrequenzschwingungskreisen zu arbeiten.

Von den drei von Pungs und Preuner angegebenen Meßverfahren wurden zwei bei den folgenden Messungen benutzt: Handelte es sich um relativ große Kapazitätsdifferenzen, die zu messen waren, so wurde das Verfahren angewandt, bei dem die an dem Kondensator C_x hervorgerufene Kapazitätsänderung durch Nachdrehen des Normalkondensators im Hochfrequenzkreis kompensiert wird. In diesem Falle ist

$$\Delta C_x = \Delta C_n.$$

Handelte es sich dagegen um sehr geringe Kapazitätsänderungen, so wurde mit Schwebungszahlen gearbeitet. Bei der Kapazitätsänderung ΔC_x entstehen im Telephon Schwebungen. Die Zahl der Schwebungen ist der Kapazitätsänderung proportional ($\Delta_n = f \cdot \Delta C_x$). Geeicht werden die Schwebungszahlen durch Veränderung des Normalkondensators. Dieses Verfahren ist z. B. bei der Bestimmung der Kapazität von Einfaden-Elektrometern in Abhängigkeit vom Ausschlag benutzt worden.

Die Untersuchungen wurden von Herrn Dr. Lorenser begonnen. Er konnte zeigen, daß die Methode genügend empfindlich war, um die Abhängigkeit der Kapazität vom Ausschlag der Elektrometer zu bestimmen. Infolge der Übernahme einer anderen Stellung schied er aber im März 1924 für die weitere Durchführung der Messungen aus, die nunmehr vom Verfasser weitergeführt wurden.

4. Für die beiden Hauptnormalkondensatoren IV und VI standen Eichkurven zur Verfügung; die Eichwerte enthält Tabelle I. Der Plattenkondensator IV von Günther & Tegetmeyer wurde von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt geeicht. Die Prüfung geschah mit Wechselstrom der Frequenz 800 (Kreisfrequenz $\omega = 5000$) durch Vergleichung mit Normalluftkondensatoren der Reichsanstalt. Die mitgeteilten Eichwerte sind in 10^{-12} Farad angegeben, die für Tabelle I in Zentimeter umgerechnet wurden. Als Genauigkeit gibt die Reichsanstalt $0{,}5 \cdot 10^{-12}$ Farad an. Die Differenz zweier Werte ist etwas genauer. Das Gehäuse war mit dem variablen System verbunden. Die Konstruktion dieses Kondensators ist ungünstig. Die Skala reicht bis zu Skalenteil 10. Zwischen 5 und 10 ist aber kaum noch eine Änderung der Kapazität vorhanden. Für die Messungen ist zumeist der Bereich zwischen den Skalenteilen 0,1 und 5,0 benutzt worden.

Tabelle I.

Eichtabelle der Normalkondensatoren.

Plattenkondensator IV von Günther & Tegetmeyer		Röhrenkondensator VI nach Wulf	
Einstellung	Kapazität	Einstellung	Kapazität
Skalen-Teile	cm	Skalen-Teile	cm
0	18,45	0	21,06
0,1	11,43	1	23,76
0,25	7,92	2	26,37
0,5	5,67	3	29,07
1	4,05	4	31,77
2	2,97	5	34,38
4	2,43	6	37,17
6	2,25	7	39,78
8	2,16	8	42,48
10	2,16	9	45,18
		10	47,88
Eichung von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt am 2. Mai 1925 ausgeführt.		Eichung von der Firma E. Leybolds Nachf., Köln am 25. Juni 1925 ausgeführt.	

[1]) Z. B. Herweg, Verh. d. Deutsch. phys. Ges. **21**, 572, 1919; Grüneisen und Merkel, Zeitschr. f. Phys. **2**, 277, 1920; Waibel, Ann. d. Phys. **72**, 161, 1923; Trendelenburg, Zeitschr. f. Techn. Phys. **5**, 236, 1924; Schrader, Zeitschr. f. Hochfrequenztechn. **24**, 27, 1924; Grützmacher, Zeitschr. f. Phys. **28**, 342, 1924.

Die ausgezogene Eichkurve in Fig. 3 entspricht den Eichwerten der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt. Sie wurde in der Weise kontrolliert, daß in der Schwebungsapparatur ein und dieselbe Kapazität (Kapazität des Einfaden-Elektrometers I von etwa 1,45 cm) an verschiedenen Stellen der Eichkurve des Günther & Tegetmeyerschen Normalkondensators gemessen wurde. Die Ergebnisse enthält Tabelle II. Es zeigte sich bei den Messungen eine kleine Unstimmigkeit in den mit einem Ausrufungszeichen versehenen Werten. Wurde die Kurve in der gestrichelten Weise (Fig. 3) abgeändert, so stimmten die Werte besser untereinander überein, wie die letzte Vertikalreihe in Tabelle II zeigt. Diese so abgeänderte Kurve wurde für die weiteren Messungen benutzt.

Tabelle II.

Kontrolle der Eichkurve des Plattenkondensators IV mit Hochfrequenz.

Einstellung am Plattenkondensator		Kapazitätswert des Elektrometers I	Nach Änderung der Eichkurve erhaltene Kapazitätswerte
Ausgangsstellung	Endstellung		
Skalen-Teile	Skalen-Teile	cm	cm
6,000	1,224	1.445	1.445
5,000	1,171	1.450	1.450
4.500	1,130	1.460	1.460
4.000	1,088	1.450	1.450
3,000	0,977	1.470 !	1.450
2,500	0,904	1.475 !	1.450
2,000	0,816	1.505 !	1.400
1,500	0,700	1.460	1.460
1.000	0,539	1.455	1.455
0.500	0,315	1.455	1.455
0.200	0.139	1.450	1.450
		Mittelwert: 1.461	$1{,}453 \pm 0{,}0014$

Für den Wulfschen Röhrenkondensator VI stand eine Eichtabelle (Tabelle I) der Firma Leybold, Köln, zur Verfügung. Eine Nachkontrolle zeigte gute Übereinstimmung mit dem Günther & Tegetmeyerschen Kondensator. Die Eichkurve ist eine gerade Linie (Fig. 3). Nach der Eichung der Firma Leybold ist die Genauigkeit der Kapazität $0{,}5 \cdot 10^{-12}$ Farad. Die Einstellgenauigkeit nach dem Schwebungsverfahren ist aber erheblich größer.

5. Ein Vorversuch betraf die Messung der Kapazität des Einfaden-Elektrometers I in Abhängigkeit von der Stellung der Schneiden. Beide Schneiden wurden dazu jeweils auf den gleichen Skalenteilwert eingestellt. Da die durch die Verschiebung der Backen hervorgerufene Änderung der Kapazität des Fadensystems nur gering ist, wurde mit Schwebungszählen gearbeitet. Die Versuchsanordnung ist folgende (vgl. Fig. 5):

Das Elektrometer I wird parallel dem Normalkondensator in den Schwingungskreis II eingeschaltet. Die eine der aus dem Zinkkasten II führenden Leitungen läuft in einer Höhe von 65 cm über der Tischplatte längs des Tisches zu einer über dem Ende desselben befindlichen Stativklemme. Von dieser führt ein 25 cm langer Kupferdraht senkrecht abwärts zu dem Elektrometer und wird verbunden mit dem den Kontakt mit dem inneren Fadensystem vermittelnden Aufladungsknopf. Die beiden verschiebbaren Schneiden sind mit dem Gehäuse des Elektrometers leitend verbunden, das selbst in leitender Verbindung steht mit einer 2×1 m großen Zinkplatte, welche den Tisch bedeckt. Zu dieser mit Erdung versehenen Platte führt die zweite aus dem Zinkkasten II hervorragende Leitung.

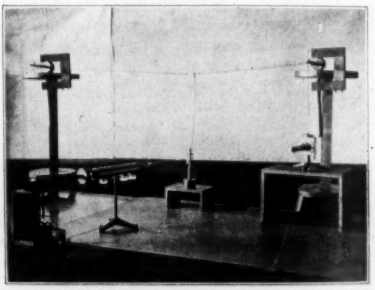


Fig. 5.

Der zur Messung benutzte Normalkondensator IV wurde in weiter Entfernung vom Elektrometer so aufgestellt, daß das Gehäuse und der bewegliche Teil des Kondensators in Verbindung mit der Zinkplatte steht, dagegen das feststehende, gut isolierte System an die nach dem Stativ über die Tischplatte hin führende Leitung angeschlossen ist.

Beim Herantreten des Beobachters an das Elektrometer zum Zwecke der Veränderung der Backenstellung wurde naturgemäß die Schwebungseinstellung stark beeinflußt. Der Beobachter ging nach der Verstellung wieder zum Platze B (Fig. 4) zurück. Es wurde so vorgegangen, daß bei weitester Entfernung der Backen (15 Sk.-T. auf Schwebung Null einreguliert wurde, daß dann die Backen nacheinander auf die Sk.-T. 12, 10, 9, 8, 9, 5 gestellt und bei den neuen Stellungen die Schwebungen in 15 Sek. gezählt wurden (Tabelle III). In der Tabelle IV sind die Zahlen für die Eichung

Einfaden-Elektrometer I. Abhängigkeit der Kapazität des Fadensystems von der Stellung der Backen.

Tabelle III. Bestimmung der Kapazität des Fadensystems in Abhängigkeit von der Stellung der Backen.

Backenstellung beider Backen	Zahl der Schwebungen	Kapazitätsänderung ΔC_n nach Eichung in der Tabelle IV	Kapazität des Fadensystems bei verschiedener Backenstellung $C = C_o + \Delta C_n$
Skalen-Teile	Schwebungen in 15 Sekunden	10^{-3} cm	cm
15	0	0	$C_0 = 1{,}453$
12	8	8,5	$1{,}46_1$
10	16,7	16_9	$1{,}47_0$
9	23,5	$23{,}7$	$1{,}47_7$
8	29,4	$29{,}7$	$1{,}48_3$
6	46,8	$47{,}3$	$1{,}50_0$
5	56,3	$56{,}9$	$1{,}51_0$

Tabelle IV. Eichung der Schwebungen.

Änderung am Normalkondensator	Zahl der Schwebungen	Kapazitätsänderung für 1 Schwebung in 15 Sekunden	Mittelwert der Kapazitätsänderung für 1 Schwebung in 15 Sekunden
cm	Schwebungen in 15 Sekunden	10^{-3} cm	10^{-3} cm
0,030	29,7	1,010	
0,025	26,0	0,960	
0,030	31,0	0,968	
0,0325	28,5	1,139	$1{,}01 \pm 0{,}04$
0,030	27,7	1,085	
0,030	31,0	0,968	
0,030	30,5	0,983	

der Schwebungen enthalten. Es wurde eine willkürliche Änderung am Normalkondensator ΔC_n mit Hilfe der Stange S (Fig. 4) hervorgebracht und sogleich die Zahl der Schwebungen in 15 sec. (2. Vertikalreihe der Tabelle IV) gezählt. Aus den sieben ausgeführten Versuchen ergab sich als Mittelwert für die Kapazitätsänderung, die einer Schwebungsänderung von 0 — 1 Schwebung in 15 sec. entspricht, der Wert $(1{,}01 \pm 0{,}04) \cdot 10^{-3}$ cm. Die Genauigkeit des Schwebungsverfahrens in dieser Anordnung ist also so groß, daß man 0,01 mm Kapazitätsänderung noch mit guter Genauigkeit bestimmen kann. Mit der so ausgeführten Eichung sind in Tabelle III in der 3. Vertikalreihe die Zahlen für die Kapazitätsänderung bei der Verschiebung der Backen eingetragen. Eine graphische Darstellung der Verhältnisse gibt Fig. 6. Die Kapazität des Elektrometers steigt also in einer gekrümmten Kurve mit dem Näherrücken der Backen an das Fadensystem an. Die größte Kapazitätsänderung beim Verschieben der Backen ist 0,57 mm.

6. Nunmehr wurde die Abhängigkeit der Kapazität des Elektrometers III vom Ausschlage bestimmt. Zu diesem Zwecke wurde nach Fig. 7 das Elektrometer mit einem unveränderlichen und hochisolierten Kondensator hintereinander geschaltet. Als solcher diente der Zylinderkondensator I, der über dem Elektrometer an Seidenschnuren aufgehängt war. Die Kapazität dieses Zusatzkondensators betrug nach einer Eichkurve der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in der gewählten Stellung 524,88 cm. Parallel zu diesen beiden hintereinander geschalteten Kondensatoren lag der Normalkondensator C_n (s. Fig. 4). Als Normalkondensator wurde bei diesen Messungen der variable Plattenkondensator IV benutzt. Bezeichnet man mit

C_n die Kapazität des Normalkondensators,

C_f die Kapazität des unveränderlichen Vorschaltkondensators I,

C_e die Kapazität des aufgeladenen Elektrometers.

C_o die Kapazität des entladenen Elektrometers,

ΔC die Änderung der Kapazität des Elektrometers infolge der Aufladung,

so gilt zunächst:

$$C_e = C_o + \Delta C. \qquad (1)$$

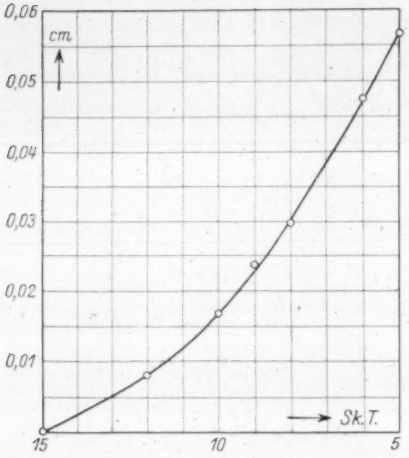


Fig. 6.

Da C_f und C_e hintereinander geschaltet sind, so ist

$$\frac{1}{C_g} = \frac{1}{C_f} + \frac{1}{C_e}. \qquad (2)$$

C_g ist darin die Kapazität der beiden hintereinander geschalteten Kondensatoren. Parallel zu C_g liegt der Normalkondensator C_n. Diese Kombination von C_n, C_f und C_e führt zu der Definitionsgleichung für C_r:

$$C_r = C_g + C_n. \qquad (3)$$

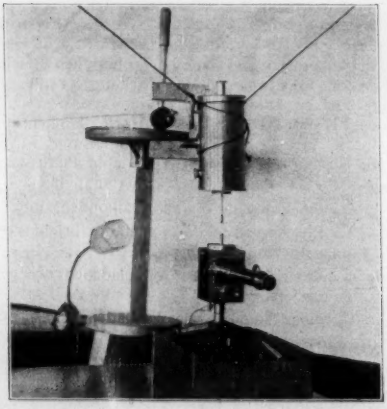


Fig. 7.

Hat man irgendeine Einstellung mit den Kondensatoren C_{n_1} und C_{g_1}, so gilt:

$$C_r = C_{n_1} + C_{g_1}.$$

Ändert sich C_{g_1} in C_{g_2}, so ändert sich, um dasselbe C_r zu bekommen, C_{n_1} in C_{n_2}, d. h.

$$C_r = C_{n_2} + C_{g_2}.$$

Folglich ist

$$C_{n_2} - C_{n_1} = C_{g_1} - C_{g_2}. \qquad (4)$$

Bezeichnet man die Änderung am Normalkondensator mit $-\Delta C_n$, so ergibt sich

$$-\Delta C_n = C_{g_1} - C_{g_2}. \qquad (4a)$$

Für das zunächst ungeladene Elektrometer mit der Kapazität C_0 und das alsdann aufgeladene mit der Kapazität $C_0 + \Delta C$ gelten nach Gleichung (2) die beiden Beziehungen

$$\frac{1}{C_{g_1}} = \frac{1}{C_f} + \frac{1}{C_0}; \qquad \frac{1}{C_{g_2}} = \frac{1}{C_f} + \frac{1}{C_0 + \Delta C}. \qquad (5)$$

Setzt man Gleichung (5) in Gleichung (4a) ein, so erhält man für ΔC die Beziehung:

$$\Delta C = \Delta C_n \cdot \frac{1 + 2\frac{C_0}{C_f} + \left(\frac{C_0}{C_f}\right)^2}{1 - \frac{\Delta C_n}{C_f}\left(1 + \frac{C_0}{C_f}\right)}. \qquad (6)$$

Diese Gleichung läßt sich vereinfachen. Ist nämlich wie beim Elektrometer III

$$C_0 = 2.12 \text{ cm}^1),$$
$$C_f = 524{,}88 \text{ cm},$$
$$\Delta C_n = 0{,}0488 \text{ cm}$$

der größte Wert, der bei dem Einfaden-Elektrometer gemessen wurde, so ergibt sich

$$\Delta C = \Delta C_n \cdot \frac{1 + 0{,}00808 + 0{,}000016}{1 - 0{,}0000933} \text{ cm}.$$

Die Werte 0,000016 und 0,0000933 sind gegenüber 1 zu vernachlässigen, sodaß als vereinfachte Formel sich ergibt

$$\Delta C = \Delta C_n \cdot \left(1 + 2\frac{C_0}{C_f}\right). \qquad (7)$$

Der Klammerausdruck ist ein konstanter Wert, und zwar bei dem Einfaden-Elektrometer gleich 1,00808.

Die Messung wurde nach der Methode des Schwebungszählens ausgeführt. Dazu wurde

1) Über die Bestimmung von C_0 siehe Ziffer 8.

Einfaden-Elektrometer III.

Tabelle V. Beobachtung der Schwebungen.

Ausschlag	Beobachtete Zahl der Schwebungen
Skalen-Teile	Schwebungen in 15 Sek.
5,1	2,5
10	5
15,1	6,5
21,1	11
24,8	11,5
30	10,5
35	17
40	10,5
45,4	21,5
51,8	24
55,1	20
60,2	25
62,6	29
65,4	29,5
71	28
75,4	31
80,5	32
85	36
89	38,5
90,4	40
94	40
99,6	43

Tabelle VI. Eichung der Schwebungen.

Änderung am Normalkondensator	Zahl der Schwebungen	Kapazitätsänderung für 1 Schwebung in 15 Sek.	Mittelwert der Kapazitätsänderung für 1 Schwebung in 15 Sek.
cm	Schwebungen in 15 Sek.	10^{-3} cm	10^{-3} cm
0,045	49	0,918	
0,045	38	1,182	
0,040	36	1,110	
0,030	33,5	0,895	$1{,}14 \pm 0{,}07$
0,040	32	1,250	
0,030	29	1,030	
0,035	25	1,400	
0,030	23	1,300	

das mit dem Zylinderkondensator I hintereinander geschaltete Elektrometer nacheinander auf verschiedene Skalenteile aufgeladen. Diese Werte stehen in der ersten Vertikalreihe der Tabelle V. Während das Elektrometer so aufgeladen war, wurde auf Schwebung o eingestellt. Alsdann wurde das Elektrometer entladen, und es wurden die Schwebungen gezählt, die danach in 15 Sekunden auftraten. Diese Werte sind in der zweiten Vertikalreihe der Tabelle V eingetragen. Um die Kapazitätsänderungen zu bekommen, die diesen Schwebungszahlen entsprechen, wurde am Normalkondensator eine willkürliche Änderung hervorgerufen und wiederum die Zahl der Schwebungen in 15 Sekunden gezählt, die dieser Änderung entsprach. Diese Messung wurde häufig wiederholt. Die Ergebnisse sind in den beiden ersten Vertikalreihen der Tabelle VI enthalten. In der dritten Vertikalreihe ist für jeden so ermittelten Wert die Kapazitätsänderung eingetragen, die einer Schwebung in 15 Sekunden entsprechen würde. Als Mittelwert ergibt sich daraus $1{,}14 \cdot 10^{-3}$ cm.

Die Zahlen der Tabelle V sind in das Kurvenblatt Fig. 8 eingetragen worden. Wie man sieht, streuen die Werte etwas. In möglichst guter Annäherung ist dann die ausgezogene Linie eingezeichnet worden. Aus dieser ausgezogenen Linie sind daraufhin die den Ausschlägen 10, 20, 30 usw. bis 100 Sk.-T. entsprechenden Schwebungszahlen entnommen und in der zweiten Vertikalreihe der Tabelle VII eingetragen worden. Daraus sind infolge der in Tabelle VI angegebenen Eichung die Kapazitätsänderungen am Normalkondensator, die den bestimmten

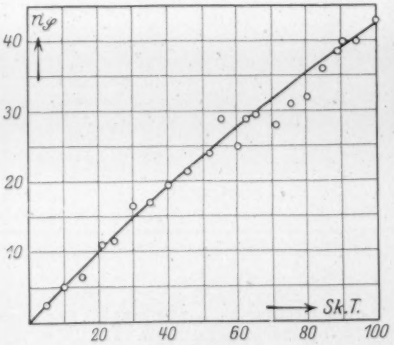


Fig. 8.

Ausschlägen entsprechen, errechnet und in der dritten Vertikalreihe der Tabelle VII notiert worden. Dann ist daraus in der vierten Vertikalreihe mit Hilfe der Formel (7) die Kapazitätsänderung am Elektrometer bestimmt und schließlich

Tabelle VII. Abhängigkeit der Kapazität des Einfaden-Elektrometers III vom Ausschlag.
Vorschaltkapazität $C_f = 525$ cm.

Ausschlag	Zahl der Schwebungen aus Kurve 8 entnommen	Kapazitätsänderung am Normalkondensator ΔC_n nach Eichung in Tab. VI	Kapazitätsänderung am Elektrometer $\Delta C = \Delta C_n(1+2\cdot\frac{C_0}{C_f})$	Kapazität des Elektrometers $C = C_0 + \Delta C$
Skalen-Teile	Zahl d. Schweb. in 15 sec	10^{-3} cm	10^{-3} cm	cm
0	0	0	0	$C_0 = 2{,}12_1$
10	5,0	$5{,}7_2$	$5{,}7_7$	$2{,}12_7$
20	10,0	$11{,}4_4$	$11{,}5_3$	$2{,}13_3$
30	14,6	$16{,}6_6$	$16{,}7_7$	$2{,}13_8$
40	19,1	$21{,}7_7$	$21{,}9_2$	$2{,}14_2$
50	23,4	$26{,}6_6$	$26{,}8_8$	$2{,}14_8$
60	27,5	$31{,}3_3$	$31{,}5_4$	$2{,}15_2$
70	31,5	$35{,}8_8$	$36{,}1_1$	$2{,}15_7$
80	35,3	$40{,}1_1$	$40{,}4_4$	$2{,}16_1$
90	39,2	$44{,}5_5$	$44{,}9_9$	$2{,}16_6$
100	43,0	$48{,}8_8$	$49{,}2_2$	$2{,}17_0$

in der letzten Vertikalreihe die Kapazität des Elektrometers nach der Formel (1) angegeben worden. Diese letzten Werte sind in Abhängigkeit vom Ausschlag in das Kurvenblatt Fig. 9 eingetragen worden. Es zeigt sich also bei diesem Einfaden-Elektrometer, daß die Kapazität mit dem Ausschlag von 0—100 Skalenteilen sich in den Grenzen von rund 2,12 bis 2,17 cm, also um 0,05 cm ändert.

7. In der gleichen Weise wie für das Elektrometer III wurde auch für das Elektrometer II die Abhängigkeit vom Ausschlag bestimmt. Es wurde wieder das Elektrometer mit dem

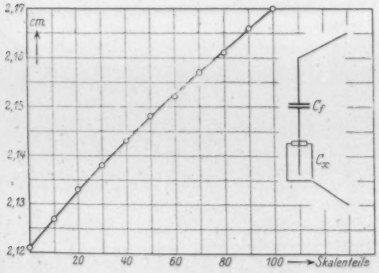


Fig. 9.

Zylinderkondensator I von 524,88 cm Kapazität hintereinandergeschaltet, aufgeladen und dann entladen. Die so eintretende Kapazitätsänderung war bei diesem Elektrometer wesentlich größer als bei dem Wulfschen Einfaden-Elektrometer. Es wurde daher die eingetretene Kapazitätsänderung durch Änderung des Normalkondensators kompensiert. In der Tabelle VIII stehen in der 1. Vertikalreihe die Ausschläge, bis zu denen das Elektrometer aufgeladen wurde, in der 2. Vertikalreihe die Kapazitätsänderungen ΔC_n am Normalkondensator, die nach der Entladung nötig waren, um wieder auf Schwebung 0 zu kommen. Diese Werte sind in Kurvenblatt 10 eingetragen, und zwar als Abszissen die Aus-

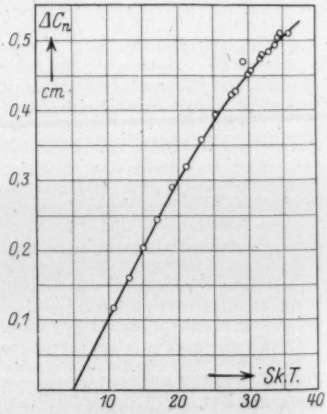


Fig. 10.

schläge am Elektrometer und als Ordinaten die entsprechenden ΔC_n. Durch die so gefundenen Punkte läßt sich mit einiger Annäherung die ausgezogene Kurve hindurchlegen. Aus dieser wurden zusammengehörige Werte von Ausschlag und ΔC_n entnommen und in den beiden ersten Vertikalreihen der Tabelle IX eingetragen. Auch für dieses Elektrometer gilt Formel 6. In diesem Falle ist

Blättchen-Elektrometer II auf Fontaktoskopkanne stehend.

Tabelle VIII entspricht Kurve 10. Beob. Werte.

Tabelle IX entspricht Kurve 11. Errechnete Werte Vorschaltkapazität $C_f = 525$ cm

Ausschlag	Kapazitätsänderung am Normalkondensator ΔC_n	Ausschlag	Kapazitätsänderung am Normalkondensator ΔC_n aus Kurve 10 entnommen	Kapazitätsänderung am Elektroskop ΔC $\Delta C = \Delta C_n\left(1 + 2 \cdot \frac{C_0}{C_f}\right)$	Kapazität des Elektroskops C $C = C_0 + \Delta C$
Skalen-Teile	cm	Skalen-Teile	cm	cm	cm
		4 = Entladestellung			
10,5	$0{,}11_7 \pm 0{,}005$	8	$0{,}07_5$	$0{,}07_7$	$C_0 = 7{,}88_0$
12,75	$0{,}16_1$	10	$0{,}10_8$	$0{,}11_1$	$7{,}95_7$
14,8	$1{,}20_3$	12	$0{,}14_7$	$0{,}15_1$	$7{,}99_1$
16,8	$0{,}24_4$	14	$0{,}18_{63}$	$0{,}19_2$	$8{,}03_1$
19,0	$0{,}29_0$	16	$0{,}22_5$	$0{,}23_2$	$8{,}07_2$
21,0	$0{,}32_0$	18	$0{,}26_5$	$0{,}27_3$	$8{,}11_2$
23,2	$0{,}35_8$	20	$0{,}30_{23}$	$0{,}31_2$	$8{,}15_3$
25,3	$0{,}39_1$	22	$0{,}33_{73}$	$0{,}34_8$	$8{,}19_2$
27,6	$0{,}42_2$	24	$0{,}372$	$0{,}38_3$	$8{,}22_8$
28,15	$0{,}42_5$	26	$0{,}40_{23}$	$0{,}41_6$	$8{,}26_9$
29,3	$0{,}46_9$	28	$0{,}43_2$	$0{,}44_5$	$8{,}29_6$
30,0	$0{,}45_0$	30	$0{,}45_{75}$	$0{,}47_1$	$8{,}32_5$
30,3	$0{,}45_6$	32	$0{,}48_1$	$0{,}49_3$	$8{,}35_1$
31,7	$0{,}47_5$	34	$0{,}49_{83}$	$0{,}51_3$	$8{,}37_5$
32,0	$0{,}47_7$	36	$0{,}51_1$	$0{,}52_6$	$8{,}39_8$
33,0	$0{,}48_3$				$8{,}40_6$
34,9	$0{,}49_{21}$				
33,9	$0{,}50_4$				
34,25	$0{,}51_0$				
36,0	$0{,}51_0$				

$$C_0 = 7{,}88 \text{ cm},$$
$$C_f = 524{,}88 \text{ cm},$$
$$\Delta C_n \text{ maximal} = 0{,}51 \text{ cm}.$$

Diese Werte, in die Formel (6) eingesetzt, ergeben

$$\Delta C = \Delta C_n \cdot \frac{1 + 0{,}03003 + 0{,}00023}{1 - 0{,}001025} \text{ cm},$$

so daß dieselbe Vernachlässigung wie vorher möglich ist. Es ist dann

$$\Delta C = \Delta C_n \cdot 1{,}0300 \text{ cm}.$$

Diese nach dieser Gleichung sich ergebenden ΔC-Werte stehen in der 3. Vertikalreihe von Tabelle IX. Schließlich ist die Gesamtkapazität des Elektrometers nach der Formel $C = C_0 + \Delta C$ in der letzten Vertikalreihe errechnet. Diese C-Werte sind in Abhängigkeit vom Ausschlag in das Kurvenblatt der Fig. 11 eingetragen. Wie man sieht, ändert sich bei diesem Elektrometer die Kapazität ziemlich erheblich, und zwar von rd. 7,9 cm bis auf rd. 8,4, also um rd. 0,5 cm. Diese starke Änderung ist auch plausibel, da bei größerem Ausschlag die Blättchen in ziemlich große Nähe des Gehäuses kommen.

8. Die Formel (7), die in Ziffer 6 und 7 als Näherungsformel zur Ermittlung der Kapazitätsänderung ΔC benutzt wurde, setzt, falls C_f nicht sehr groß und C_0 nicht sehr klein sind und demzufolge das Korrektionsglied überhaupt zu vernachlässigen ist, die Bekanntschaft des Absolutwertes C_0 voraus. Um diesen einwandfrei

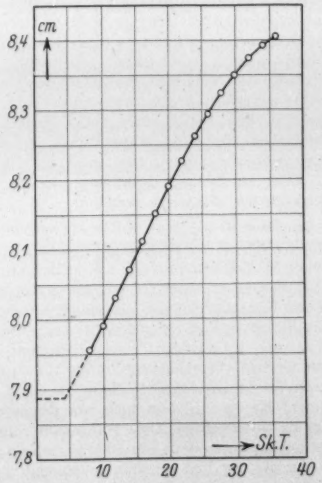


Fig. 11.

zu bestimmen, wurde der folgende Weg eingeschlagen. Die übliche Methode versagte hier, da bei der Kleinheit der Kapazität die Kapazität der Stromzuleitungsdrähte, die Kapazität der Konfiguration, eine erhebliche Rolle spielte. Zunächst wurde das Elektrometer parallel zum

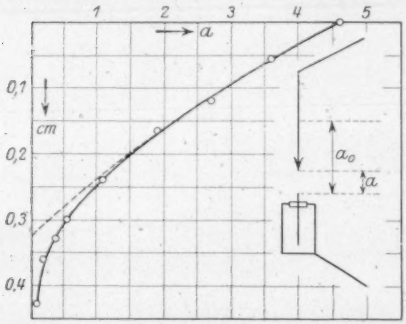


Fig. 12.

Normalkondensator in den Hochfrequenzkreis eingeschaltet und auf Schwebung 0 abgestimmt. Alsdann wurde durch Hochheben des in Ziffer 5 erwähnten senkrecht abwärts führenden Kupferdrahtes um ein bestimmtes Stück a vom Elektrometer der Kontakt mit dem Fadensystem unterbrochen (siehe Fig. 5) und die dadurch hervorgerufene Kapazitätsänderung am Normalkondensator kompensiert. Offenbar wird dadurch die Kapazität des Elektrometers (des Systems) bestimmt, jedoch tritt dabei gleichzeitig eine Änderung der Kapazität des Zuleitungs-Kupferdrahtes gegen das Elektrometergehäuse auf, und zwar um den Betrag, den die Kapazität des Drahtstückes der Länge a gegenüber dem Elektrometergehäuse besitzt. Wie groß ist dieselbe und kann sie bei der Ermittlung der Elektrometerkapazität eliminiert werden?

Um diese Frage zu klären, wurde das Elektrometer Nr. III mit der Schwebungsapparatur näher untersucht. Der von oben kommende Zuführungsdraht wurde in verschiedene Entfernungen a von der Kontaktstelle des Einfadenelektrometers (siehe Skizze in Fig. 12) gebracht; und es wurde jeweils die Kapazitätsänderung bestimmt, die gegen eine feste Ausgangsentfernung $a_0 = 4{,}6$ cm eintrat. Es ergaben sich so die in Tabelle X enthaltenen Kapazitätsänderungen, von denen jeder Wert als Mittelwert aus etwa 10 Einzelmessungen gewonnen worden ist. Die Werte sind in das Kurvenblatt der Fig. 12 eingetragen und durch eine ausgezogene Linie miteinander verbunden

Tabelle X.

Zur Messung der absoluten Kapazität des Einfaden-Elektrometers III, vergleiche Fig. 12.

Abstand a	Kapazitätsänderung gegen $a_0 = 4{,}6$ cm
cm	cm
4,6	$0{,}00_0$
3,6	$0{,}05_5$
2,7	$0{,}11_9$
1,9	$0{,}16_4$
1,1	$0{,}23_9$
0,56	$0{,}29_9$
0,4	$0{,}34_9$
0,2	$0{,}36_6$
0,1	$0{,}42_8$

worden. Es sind für diese Kapazitätsänderungen offenbar zwei Einflüsse maßgebend. Einmal erhöht sich der Kapazitätswert bei Annäherung des Zuführungsdrahtes durch die Kapazität des Drahtes gegen das Gehäuse des Elektrometers. Kommt der Draht in große Nähe an das Fadensystem heran, so macht sich alsdann noch ein zweiter Einfluß geltend. Es sind jetzt zwei Kapazitäten hintereinander geschaltet, nämlich 1. die Kapazität: Zuführungsdraht gegen Fadensystem und 2. die Kapazität: Fadensystem gegen Gehäuse.

Infolgedessen biegt die Kurve der Fig. 12 bei kleinem a nach unten ab. Der erste Einfluß

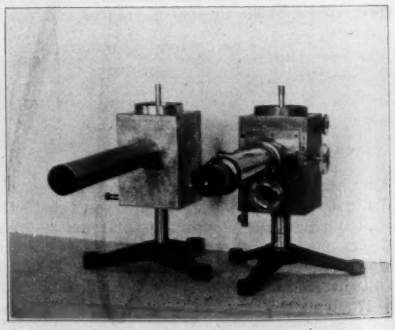


Fig. 13.

allein würde, wie sich aus dem folgenden ergibt, durch die gestrichelte Kurve gegeben sein.

Es wurde zu dem Elektrometer III eine Attrappe hergestellt (siehe Fig. 13), die die gleichen Ausmaße wie das Elektrometer besaß. Als Isolator wurde an Stelle des Bernsteinstückes im Elektro-

meter ein gleichdimensioniertes Hartgummistück eingekittet. Statt des Fadensystems ist ein gerader Messingstab von 8,4 cm Länge und 0,4 mm Durchmesser eingesetzt. Dies innere Stabsystem kann durch einen Handgriff entfernt werden.

Tabelle XI.

Zur Messung der Kapazität der Einfaden-Elektrometer-Attrappe, vgl. Fig. 14.

Abstand a	Kapazitätsänderung gegen $a_0 = 4{,}6$ cm	
	mit System	ohne System
cm	cm	cm
4,6	0,—	0,—
3,6	$0{,}06_3$	$0{,}05_1$
2,7	$0{,}11_5$	$0{,}10_5$
1,9	$0{,}16_5$	$0{,}16_1$
1,1	$0{,}23_1$	$0{,}21_7$
0,56	$0{,}28_0$	$0{,}26_1$
0,4	$0{,}31_2$	—
0,3	—	$0{,}27_9$
0,2	$0{,}36_0$	—
0,1	$0{,}44_7$	$0{,}29_7$
0,0	—	$0{,}30_7$

Es wurden mit dieser Attrappe in genau der gleichen Weise wie vorher beim Elektrometer die Kapazitätsänderungen gegen $a_0 = 4{,}6$ cm in Abhängigkeit von der Entfernung bestimmt; und

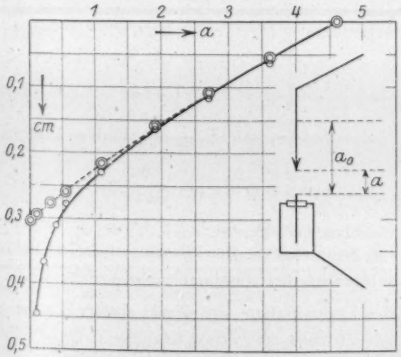


Fig. 14.

zwar einmal mit und einmal ohne eingesetztes Stabsystem. Die Ergebnisse sind in der Tabelle XI und Fig. 14 dargestellt. Aus einem Vergleich mit Fig. 12 ergibt sich, daß man bei der Attrappe mit eingesetztem Stabsystem einen Kurvenverlauf erhält, der der ausgezogenen Linie in Fig. 12 entspricht, ohne das Stabsystem einen Verlauf, der der gestrichelten Kurve in Fig. 12 entspricht. Ohne das Stabsystem ist allein die Kapazitätsänderung gegeben, die durch die Annäherung des Zuführungsdrahtes an das Elektrometergehäuse gegeben ist. Zeichnet man also

Fig. 15.

in Fig. 12 entsprechend der Fig. 14 die gestrichelte Kurve, so entspricht der Schnittpunkt dieser Kurve mit der Ordinatenachse dem Kapazitätswerte, der bei der Bestimmung des Absolutwertes des Elektrometers zu berücksichtigen ist. Es ist dies im Falle des Elektrometers III der Wert $C_{a=0} = 0{,}325$ cm. Dieser Wert ist in Abzug zu bringen von dem Kapazitätsbetrag C_{a_0}, der als Kapazitätsdifferenz bei Verschiebung des Zuführungsdrahtes vom festen Anliegen an das Fadensystem bis zum Abheben auf eine Entfernung von 4,6 cm gemessen worden ist. Bei dem Elektrometer III ergab sich

$$\begin{aligned} C &= C_{a_0} - C_{a=0}; \\ &= 2{,}446 - 0{,}325 \text{ cm}; \\ &= 2{,}12 \pm 0{,}03 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Auch der Wert 2,446 cm wurde als Mittelwert aus 10 Einzelmessungen gewonnen.

Bei der Attrappe lautet das Resultat:

$$\begin{aligned} C &= 2{,}374 - 0{,}307 \text{ cm}; \\ &= 2{,}067 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Dieser Wert kann bei der Attrappe durch eine direkte Messung nachgeprüft werden. Zunächst wird bei eingesetztem System der Zuleitungsdraht an das System angelegt ($a = O$) und auf Schwebung O eingestellt. Alsdann wird allein das

System herausgenommen, alles andere bleibt unverändert, und die eingetretene Kapazitätsänderung am Normalkondensator C_n kompensiert. Es ist dann

$$C_{\text{System}} = \Delta C_n.$$

Das Ergebnis für die Attrappe ist $C = 2{,}068$ cm. Also Übereinstimmung des direkten mit dem obigen indirekt gefundenen Werte.

Entsprechend dem Versuche mit dem Elektrometer III wurde auch für das Elektroskop II eine Attrappe hergestellt (s. Fig. 15), bei der das innere System gleichfalls leicht herausnehmbar war, und mit dieser Anordnung ein entsprechender Versuch wie beim Elektrometer III gemacht. Die Entfernung a_0 wurde wieder willkürlich in diesem Falle zu 7 cm gewählt. Es ergab sich ein ähnlicher Kurvenverlauf wie in den Fig. 12 und 14. Doch war jetzt der Unterschied der Meßergebnisse mit und ohne inneres System bei der Attrappe nicht so groß. Immerhin war auch hier eine Extrapolation möglich. Es ergab sich für das Fontaktoskopelektrometer

$$C = 8{,}53 - 0{,}65 \text{ cm};$$
$$= 7{,}88 \text{ cm}.$$

9. Zusammenfassung der Untersuchungsergebnisse.

a) Es wird gezeigt, daß die bei einem Wulfschen Einfadenelektrometer mit 2 Hilfsschneiden gemessene Kapazität in beachtenswerter Weise von der Stellung der Schneiden abhängig ist. Bei einem Absolutwert von ca. 1,45 cm beträgt die maximale Kapazitätsänderung 0,057 cm, also rund 4 Proz.

b) An einem Wulfschen Einfadenelektrometer ohne Hilfsschneiden wird die Abhängigkeit der Kapazität des Fadensystems von der Fadenstellung dargetan. Bei einem Absolutwert von 2,12 cm tritt eine Änderung bis zu 0,05 cm, d. i. bis zu 2,4 Proz., auf.

c) An einem Elster- und Geitelschen Blättchenelektroskop wurde ebenfalls die Änderung der Kapazität mit dem Ausschlag der Blättchen festgestellt. Sie kann sich von 7,9 bis auf 8,4 cm, also um 6 Proz., also erheblich mehr ändern.

d) Es wird eine Methode angegeben, die unter Zuhilfenahme einer Attrappe kleine Elektrometerkapazitäten noch hinreichend genau (bis auf 1—2 Proz.) mit Hochfrequenz nach Pungs und Preuner zu messen gestattet. Hierbei wird der Einfluß der räumlichen Anordnung der Gegenstände und Drähte eliminiert.

Freiberg i. S., den 23. März 1927.

(Eingegangen 19. April 1927.)

Zur Theorie des Stromes der elektrischen Zerstreuung.

Von W. Kastrow.

Die Erscheinung des stationären Stromes im dichten Gase ist theoretisch von einer Reihe von Forschern[1]) untersucht worden. Die fundamentalen Gleichungen dieses Prozesses stellen im allgemeinen Falle ein System der Differentialgleichungen 2. Ordnung dar und können nur annähernd gelöst werden. In der vorliegenden Arbeit wird jener gewöhnlich sehr kurze Zeit dauernde Prozeß des Stromes im Gase betrachtet, welcher von einer Umordnung von Ionen unter der Einwirkung des entstandenen elektrischen Feldes begleitet wird und der Bildung des stationären Stromes vorangeht. Wir werden dabei auf den folgenden einfachsten Fall uns beschränken. In das Medium des gleichmäßig ionisierten Gases sei nach der Entfernung des Ionisators ein mit irgendeinem Zeichen (z. B. positiven) geladener Körper eingeführt. Da während der Zerstreuung der Ladung im umgebenden Gase keine Neubildung der Ionen stattfindet, so wird der ganze Prozeß dann beendet sein, wenn alle negativen Ionen unter der Wirkung der Feldkräfte und der Molisation verschwunden sind. Die analogen Bedingungen haben wir bei den Messungen der vollen Ionenladung eines gegebenen Gasvolumens, z. B. bei der Bestimmung des Koeffizienten der Molisation. Der zu betrachtende Prozeß kann durch die allgemeinen von Riecke gegebenen Gleichungen

$$i_x = \varepsilon\left(\overset{+}{\omega}\overset{+}{n} + \overset{-}{\omega}\overset{-}{n}\right)F_x - \varepsilon\frac{\partial}{\partial x}\left(\overset{+}{D}\overset{+}{n} - \overset{-}{D}\overset{-}{n}\right),$$

$$i_y = \varepsilon\left(\overset{+}{\omega}\overset{+}{n} + \overset{-}{\omega}\overset{-}{n}\right)F_y - \varepsilon\frac{\partial}{\partial y}\left(\overset{+}{D}\overset{+}{n} - \overset{-}{D}\overset{-}{n}\right),$$

$$i_z = \varepsilon\left(\overset{+}{\omega}\overset{+}{n} + \overset{-}{\omega}\overset{-}{n}\right)F_z - \varepsilon\frac{\partial}{\partial z}\left(\overset{+}{D}\overset{+}{n} - \overset{-}{D}\overset{-}{n}\right)$$

charakterisiert werden, wo $i_x, i_y, i_z, F_x, F_y, F_z$ die Komponenten des Stromes und der Feldstärke nach den Koordinatenachsen sind, $\overset{+}{n}$ und $\overset{-}{n}$ die Konzentration der Ionen beider Zeichen, $\overset{+}{\omega}$, $\overset{-}{\omega}$, $\overset{+}{D}$ und $\overset{-}{D}$ ihre Beweglichkeiten und Diffusionskoeffizienten, ε = Ladung des Elektrons.

1) Siehe z. B. E. Riecke, Ann. d. Phys. **12**, 52, 1903; R. Seeliger, Ann. d. Phys. **33**, 319, 1910; G. Jaffé, Ann. d. Phys. **43**, 249, 1914. Die Erscheinung des elektrischen Stromes im bewegten Gase untersuchten E. Riecke (l. c.), W. F. G. Swann, Terr. Magn. 19, 23, 81, 1914. Auf die Arbeiten von E. Riecke und W. F. G. Swann wurde ich von Herrn Prof. Harms liebenswürdig hingewiesen.

F, $\overset{+}{n}$ und $\overset{-}{n}$ sind Funktionen der Koordinaten und der Zeit, welche durch die Gleichungen

$$\operatorname{div} F = 4\pi\varepsilon\left(\overset{+}{n} - \overset{-}{n}\right), \tag{1}$$

$$\frac{\partial \overset{+}{n}}{\partial t} = -\overset{+}{\omega}\operatorname{div}\left(\overset{+}{n}F\right) + \overset{+}{D}\Delta\overset{+}{n} - \alpha\overset{+}{n}\overset{-}{n}, \tag{2a}$$

$$\frac{\partial \overset{-}{n}}{\partial t} = -\overset{-}{\omega}\operatorname{div}\left(\overset{-}{n}F\right) + \overset{-}{D}\Delta\overset{-}{n} - \alpha\overset{+}{n}\overset{-}{n} \tag{2b}$$

bestimmt werden, wo α der Koeffizient der Molisation der Ionen ist. Auf diese Weise wird die Frage auf die Lösung des Systems der partiellen Differentialgleichungen zurückgeführt. Es stellt sich aber heraus, daß die gebotene Aufgabe relativ leicht und dabei in endlicher Form gelöst werden kann, wenn wir von den Bewegungsgleichungen der positiven und negativen Ionen ausgehen. Wir werden dabei aber über die Wirkung der Diffusion uns hinwegsetzen, und beschränken uns nur auf die Betrachtung des Falles, daß die äquipotentialen Flächen äquidistant und die Kraftlinien gerade sind, und zwar des Falles eines Platten-, Zylinder- oder Kugelkondensators oder einer Kugel, welche im unbegrenzten Gasvolumen untergebracht wird.

Wenn wir durch S den Flächeninhalt der äquipotentialen Fläche, welche durch den gegebenen Punkt geht, durch E die Ladung unseres Leiters und durch $\overset{+}{\nu}$ und $\overset{-}{\nu}$ die Zahl der positiven bzw. negativen Ionen, welche in dem zwischen der obigen äquipotentialen Fläche und der Körperoberfläche liegenden Gasvolumen w sich befinden $\left(\overset{+}{\nu} = \int_{w} \overset{+}{n}\,dw,\ \overset{-}{\nu} = \int_{w} \overset{-}{n}\,dw\right)$, bezeichnen, so bekommen wir aus (1)

$$F = \frac{4\pi}{S}\left[E + \varepsilon\left(\overset{+}{\nu} - \overset{-}{\nu}\right)\right]. \tag{3}$$

Bei der Betrachtung der Bewegung eines einzelnen Ions werden wir durch $\overset{+}{\nu}_p$, $\overset{-}{\nu}_p$; $\overset{+}{\nu}_n$, $\overset{-}{\nu}_n$ die Ionenzahl von beiden Arten bezeichnen, wobei diese Ionen in dem durch diejenige äquipotentiale Fläche begrenzten Raume sich befinden, auf welcher im gegebenen Moment das zu betrachtende positive bzw. negative Ion sich befindet (Index p und n). Bei diesen Bezeichnungen werden wir für die Geschwindigkeit des negativen Ions folgenden Ausdruck erhalten

$$\frac{dx_n}{dt} = -\frac{4\pi}{S}\overset{-}{\omega}\left[E + \varepsilon\left(\overset{+}{\nu}_n - \overset{-}{\nu}_n\right)\right], \tag{4}$$

wo x der Abstand des Ions von der nach der Normalen genommenen Körperoberfläche ist. Wenn wir statt der Koordinate des Ions den Rauminhalt $w = \int_0^x S\,dx$ setzen, so werden wir statt (4)

$$\frac{dw_n}{dt} = -4\pi\overset{-}{\omega}\left[E + \varepsilon\left(\overset{+}{\nu}_n - \overset{-}{\nu}_n\right)\right] \tag{5}$$

haben.

Die Veränderung der Anzahl der positiven Ionen innerhalb des Raumes w_n wird durch die relative Bewegung der positiven Ionen und der Grenze dieses Raumes, aber auch durch die Molisierung der Ionen, gegeben; die Veränderung der Anzahl der negativen Ionen durch die Molisierung und ihre Neutralisation am geladenen Körper. In Anbetracht dessen können wir für die Funktionen $\overset{+}{\nu}_n$ und $\overset{-}{\nu}_n$ die beiden folgenden Gleichungen schreiben

$$\frac{d\overset{+}{\nu}_n}{dt} = \overset{+}{n}_n\frac{\overset{+}{\omega} + \overset{-}{\omega}}{\overset{-}{\omega}}\frac{dw_n}{dt} - \alpha\int_{w_n}\overset{+}{n}\overset{-}{n}\,dw, \tag{6a}$$

$$\frac{d\overset{-}{\nu}_n}{dt} = \frac{1}{\varepsilon}\frac{dE}{dt} - \alpha\int_{w_n}\overset{+}{n}\overset{-}{n}\,dw, \tag{6b}$$

wo $\overset{+}{n}_n$ die Konzentration der positiven Ionen an der Grenze des Rauminhaltes w_n ist. Die Funktionen $\frac{d\overset{+}{\nu}_n}{dt}$ und $\frac{d\overset{-}{\nu}_n}{dt}$ betrachten wir hier als individuale Ableitungen.

Aus (5), (6a) und (6b) erhalten wir folgende Differentialgleichungen für die Bewegung des negativen Ions

$$\frac{d^2w_n}{dt^2} = -4\pi\left(\overset{+}{\omega} + \overset{-}{\omega}\right)\varepsilon\overset{+}{n}_n\frac{dw_n}{dt}. \tag{7}$$

Für das positive Ion können wir gleicherweise

$$\frac{d^2w_p}{dt^2} = -4\pi\left(\overset{+}{\omega} + \overset{-}{\omega}\right)\varepsilon\overset{-}{n}_p\frac{dw_p}{dt} \tag{8}$$

setzen.

Bei den gemachten Annahmen lassen sich die Funktionen $\overset{+}{n}_n$ und $\overset{-}{n}_p$ nach folgenden einfachen Erwägungen finden. Nehmen wir an, daß die im Moment $t = 0$ neben dem geladenen Körper sich befindenden Ionen im gegebenen Moment eine Koordinate w_1, welche freilich ihnen allen gemeinsam ist, haben. Dann wird für beliebiges $w < w_1$, $\overset{+}{n} = 0$ sein. Wollen wir zeigen, daß für den Bereich, wo $w > w_1$ ist, $\overset{+}{n} = \overset{-}{n} = n$ ist, wobei n für die gesamten Punkte dieses Bereichs gleich ist. In der Tat, diese

Gleichung gilt für den Anfangsmoment der Zeit. Darum infolge der Solenoidität des Feldes für diesen Moment

$$\operatorname{div}(nF) = n \operatorname{div} F = 0$$

und folglich bekommen wir auf Grund von (2a) und (2b)

$$\frac{\partial \overset{+}{n}}{\partial t} = \frac{\partial \overset{-}{n}}{\partial t} = -\alpha n^2, \tag{9}$$

wo $\frac{\partial n}{\partial t}$ ein lokaler Quotient ist. Auf solche Weise wird die Änderung der Ionenkonzentration beider Zeichen mit gleicher Intensität vor sich gehen und unsere Gleichung wird für beliebige Zeitpunkte gelten.

Aus dem Gesetze der Molisierung (9) finden wir

$$n = \frac{N}{1 + \alpha N t}, \tag{10}$$

wo N die Konzentration der Ionen im Anfangsmoment ist. Nach Substitution dieses Wertes in (7) und (8) und nach Integration erhalten wir die entsprechenden Gleichungen der Ionenbewegung

$$w_\rho - w_{\rho 0} = \frac{\overset{+}{\sigma}}{\sigma - 1} \frac{E_0}{\varepsilon N} \left[1 - (1 + \alpha N t)^{-(\sigma - 1)}\right], \tag{11}$$

$$w_n - w_{n0} = -\frac{\overset{-}{\sigma}}{\sigma - 1} \frac{E_0}{\varepsilon N} \left[1 - (1 + \alpha N t)^{-(\sigma - 1)}\right], \tag{12}$$

wo

$$\overset{+}{\sigma} = \frac{4\pi \overset{+}{\omega}}{\alpha \varepsilon}, \quad \overset{-}{\sigma} = \frac{4\pi \overset{-}{\omega}}{\alpha \varepsilon} \text{ und } \sigma = \overset{+}{\sigma} + \overset{-}{\sigma}.$$

Indem wir in der Gleichung (7) $\overset{+}{n_0} = 0$ setzen, erhalten wir die Bewegungsgleichung für das negative Ion innerhalb des Raumes $w < w_1$, welcher nur die negativen Ionen enthält:

$$w_n - w_1 = -\sigma \frac{E_0}{\varepsilon N} (1 + \alpha N t_1)^{-\sigma} \alpha N (t - t_1), \tag{13}$$

wo t_1 die Zeit des Ankommens des zu betrachtenden Ions an der Grenze der beiden Bereiche ist. Indem wir in (11) und (12) $w_{\rho 0} = 0$, $w_\rho = w_n = w_1$ setzen, werden wir aus diesen Gleichungen den Wert für die Koordinate dieser Grenze bekommen

$$w_1 = w_{n0} \frac{\overset{+}{\sigma}}{\sigma}. \tag{14}$$

Um das Zerstreuungsgesetz, d. h. die analytische Abhängigkeit der Ladung des Leiters von der Zeit herzuleiten, wollen wir zuerst die Zeit des Ankommens des Ions mit der Anfangskoordinate w_{n0} auf die Oberfläche des zerstreuenden Körpers bestimmen. Dafür setzen wir in der Gleichung (12) $w_n = w_1$ und $t = t_1$, und in der Gleichung (13) $w_n = 0$ und $t = T$. In Anbetracht der Beziehung (14) bekommen wir

$$\frac{\varepsilon w_{n0} N}{E_0} = \frac{\sigma}{\sigma - 1} \left[(1 + \alpha N t_1)^{\frac{\sigma - 1}{\sigma}} - 1\right], \tag{15}$$

$$\frac{\varepsilon w_{n0} N}{E_0} = \frac{\overset{-}{\sigma}\sigma}{\overset{+}{\sigma}} (1 + \alpha N t_1)^{-\sigma} \alpha N (T - t_1). \tag{16}$$

Daraus finden wir für die gesuchte Zeit T

$$\overset{+}{a} T = \overset{-}{\sigma} \left[\left(1 - \frac{\sigma - 1}{\sigma} r\right)^{-\frac{1}{\sigma - 1}} - 1\right] + \left| + \frac{\overset{+}{\sigma}}{\sigma} r \left(1 - \frac{\sigma - 1}{\sigma} r\right)^{-\frac{\sigma}{\sigma - 1}}, \right. \tag{17}$$

wo $r = \frac{\varepsilon w_{n0} N}{E_0}$ und $\overset{+}{a} = 4\pi \varepsilon \overset{+}{\omega} N$, der sog. Zerstreuungskoeffizient der positiven Ladung, welcher dem Anfangszeitpunkt entspricht. Fügen wir zu den obigen Gleichungen noch eine hinzu, indem wir eine der (6b) analoge Gleichung für das positive Ion schreiben:

$$\frac{d \overset{-}{v_\rho}}{dt} = \frac{\sigma}{\overset{+}{\sigma}} \overset{-}{n_\rho} \frac{d w_\rho}{dt} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{dE}{dt} - \alpha \int_{w_\rho}^{\overset{+}{n}} \overset{-}{n} \, dw.$$

Wenden wir sie auf das Ion an, für welches $w_0 = 0$ ist; indem wir die Werte $\overset{-}{n_\rho}$ und $\frac{dw_\rho}{dt}$ einsetzen, bekommen wir nach der Integration

$$\varepsilon \overset{-}{v_\rho} = E_{t = t_1} - E_0 (1 + \alpha N t_1)^{-\sigma}.$$

Anderseits ist es ganz klar, daß

$$\varepsilon \overset{-}{v_\rho} = E_{t = t_1} - E.$$

Darum ist $(1 + \alpha N t_1)^{-\sigma} = \frac{E}{E_0}$.

Mit Hilfe dieser Beziehung erhalten wir aus (15) den Wert der Körperladung im Moment $t = T$

$$\frac{E}{E_0} = \varkappa = \left(1 - \frac{\sigma - 1}{\sigma} r\right)^{\frac{\sigma}{\sigma - 1}}, \tag{18}$$

was mit (17) zusammen uns das Zerstreuungsgesetz in folgender Form gibt

$$\overset{+}{a} T = \frac{\sigma(\overset{-}{\sigma} - 1)}{\sigma - 1} \varkappa^{-\frac{1}{\sigma}} + \frac{\overset{+}{\sigma}}{\sigma - 1} \varkappa^{-1} - \overset{-}{\sigma}. \tag{19}$$

Bei der Annahme für trockene und staublose Luft

$$\overset{+}{\omega} = 1{,}35 \text{ cm sec}^{-1}/\text{volt cm}^{-1} = 405 \text{ (C.G.S. es.)};$$

$$\overset{-}{\omega} = 1{,}83 \text{ cm sec}^{-1}/\text{volt cm}^{-1} = 549 \text{ (C.Y.S. es.)};$$

$$\frac{\alpha}{\varepsilon} = 3420 \text{ (Townsend)}$$

werden wir haben

$$\left.\begin{aligned} &\overset{+}{\sigma} = 1{,}448 \quad \overset{-}{\sigma} = 2{,}017 \quad \sigma = 3{,}505, \\ &\overset{+}{a}T = 1{,}423\,\varkappa^{-0{,}285} + 0{,}594\,\varkappa^{-1} - 2{,}017. \end{aligned}\right\} \quad (20)$$

Da es viel bequemer ist, das Zerstreuungsgesetz in der Form $\varkappa = f(\overset{+}{a}T)$ zu benutzen, so werden wir in Anbetracht dessen, daß das Coulombsche Zerstreuungsgesetz ist

$$\varkappa_1 = e^{-\overset{+}{a}T} \quad (21)$$

den Ausdruck unseres Gesetzes in folgender Form schreiben:

$$\varkappa = e^{-\overset{+}{a}T}\left[A + B\overset{+}{a}T + C(\overset{+}{a}T)^2 + D(\overset{+}{a}T)^3 + E(\overset{+}{a}T)^4 + \cdots\right].$$

Mit Hilfe der Gleichung (20) ist es leicht, die numerischen Werte der Koeffizienten $A, B, C, \cdots$ bei Benutzung der sukzessiven Quotienten zu bestimmen. Diese Werte sind

$$A = 1 \quad B = 0 \quad C = 0.355 \quad D = 0{,}164$$
$$E = 0{,}113 \cdots.$$

Der von uns betrachtete Prozeß unterscheidet sich von dem der Zerstreuung der Ladung in der freien Luft durch die allmähliche Abnahme der Ionenzahl infolge ihrer Molisation und durch ihre Umordnung neben der Oberfläche des Leiters infolge seiner sog. Elektrodenwirkung. Um eine Vorstellung über die Bedeutung dieser beiden Faktoren im besonderen zu gewinnen, nehmen wir an, daß der zweite fehle. Dann wird die Ionenkonzentration in der Nähe der Oberfläche des Leiters durch die Gleichung (10) bestimmt und das Gesetz der Zerstreuung wird

$$\varkappa_2 = \left(1 + \frac{\overset{+}{a}T}{\overset{-}{\sigma}}\right)^{-\frac{1}{\sigma}} \quad (22)$$

Auf der Fig. 1 stellen die Kurven I, II und III Funktionen $\varkappa$, $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ dar, welche nach den Formeln (19), (21) und (22) berechnet werden. Aus ihrer Betrachtung ist zu sehen, daß die Elektrodenwirkung eine Verzögerung der Ladungszerstreuung hervorruft; die Differenz $\varkappa - \varkappa_2$ übersteigt dabei nicht 0,05.

Wenn man die Zerstreuung der negativen Ladung betrachtet, so genügt es, in der Schlußformel (19) die Zeichen + und — zu vertauschen.

Die erhaltenen Resultate sind sowohl auf den Fall der Ladungszerstreuung im freien Gase, wie auf den Fall des Stromes innerhalb eines Kondensators anzuwenden. Infolgedessen bietet im zweiten Fall die Dauer des Zerstreuungsprozesses selbst Interesse, d. h. die Zeit, während

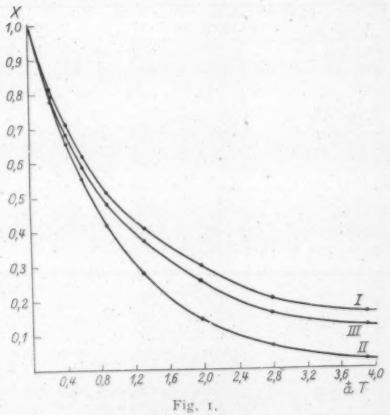


Fig. 1.

welcher alle Ionen verbraucht werden und die schließliche Ladung, die der Körper dabei haben wird. Die Antwort auf diese Frage geben die Formeln (17) und (18), wenn wir r gleich $\frac{\varepsilon WN}{Q_0}$ setzen, wo W das gesamte Volumen zwischen den Belegen des Kondensators ist. In der Tabelle I sind die Werte $\varkappa$ und $\overset{+}{a}T$ für die verschiedenen Werte von r angeführt.

Tabelle I.

r	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	1,0
$\varkappa$	0,901	0,806	0,713	0,624	0,539	0.173
$\overset{+}{a}T$	0,107	0,233	0,389	0,562	0,783	3.766

Für den Wert $r = \frac{\sigma}{\sigma - 1} = 1{,}140$ geben die Formeln (17) und (18) $\varkappa = 0$ und $\overset{+}{a}T = \infty$.

Aus dieser Tabelle ist ersichtlich, daß, wenn z. B. r 0,1 nicht übersteigt, wir mit Annäherung von 1 Proz. annehmen können, daß aus dem gegebenen Volumen alle Ionen aufgefangen

werden; folglich kann der ganze Prozeß mit für die meisten Fälle genügender Genauigkeit zur Messung der Ionenladung dienen.

Alle hier angeführten Ergebnisse werden in Wirklichkeit nur dann statthaben, wenn die Grundannahme, daß die Wirkung der Diffusion auf die Ionenbewegung unbedeutend sein wird, erfüllt wird. Solcher Satz ist für den Fall eines stationären Stromes durch die genauen Messungen Seemanns[1]) festgestellt und theoretisch durch Jaffé[2]) bestätigt worden. Daraus freilich kann man noch nicht den Schluß ziehen, daß sie auch in unserem Falle klein ist. Freilich bei den von uns gemachten Annahmen kann das den Körper umgebende Gasvolumen in jedem Moment in zwei Bereiche, wie wir es gesehen haben, geteilt werden. In dem einen befinden sich Ionen von beiden Vorzeichen, wobei ihre Konzentration die gleiche ist und denselben Wert in allen Punkten hat. In dem anderen Bereich sind nur Ionen des einen Vorzeichens vorhanden und die Konzentration nimmt nach dem zerstreuenden Körper zu ab (s. Fig. 2).

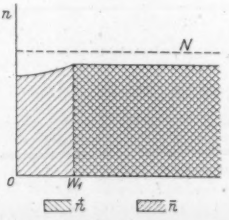


Fig. 2.

Für den Fall des Kondensators haben wir noch einen dritten, dem zweiten analogen Bereich, neben der zweiten leitenden Oberfläche des Kondensators. Auf solche Weise ändert sich an den Grenzen dieser Bereiche w_1 und w_2 die Konzentration sprungweise und darum muß die Zahl der durch die Grenze sie diffundierenden Ionen bedeutend sein. Freilich in Wirklichkeit können infolge der Anwesenheit der Diffusion keine solche scharf abgesonderten Bereiche sich bilden und an den Grenzen der Bereiche w_1 und w_2 haben wir nur eine stärkere Änderung der Konzentration. Für den Fall eines unbegrenzten Volumens muß die Kurve des Ladungsfalles irgendwo zwischen den Kurven I und III (Fig. 1) liegen und folglich kann der Einfluß kein beträchtlicher sein. Um die engeren Grenzen für den Einfluß der Diffusion zu bestimmen, kann das Verfahren der sukzessiven Annäherung angewandt werden, wobei die Funktionen, welche die Abhängigkeit der Ionenkonzentration von der Koordinate ausdrücken, durch kontinuierliche, den Anfangs- und Grenzbedingungen genügende, und den von uns erhaltenen ziemlich benachbarte Funktionen ersetzt werden müssen.

Simferopol, Physikalisches Institut.

(Eingegangen 1. März 1927.)

1) H. Seemann, Ann. d. Phys. **38**, 781, 1912.
2) G. Jaffé, l. c.

Ein Elektrometer zur Bestimmung des Emanationsgehaltes der Bodenluft (D.R.P.).

Von Richard Ambronn.

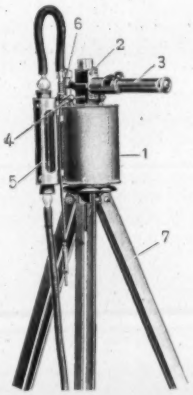
In verschiedenen Veröffentlichungen[1]) konnte ich bereits zeigen, daß die tektonische Struktur der obersten Erdoberfläche sich in manchen Fällen in der Verteilung der radioaktiven Stoffe an der Erdoberfläche selbst widerspiegelt. Am empfindlichsten bezüglich solcher Schwankungen erweist sich im allgemeinen der Emanationsgehalt der Bodenluft, und es war daher zur systematischen Ausführung von Untersuchungen über den Einfluß des Untergrundes auf die Verteilung der radioaktiven Stoffe an der Erdoberfläche die erste Voraussetzung, ein Instrument zu schaffen, welches schnelle und genaue Messungen im Gelände gestattet. Ferner mußte das Instrument leicht tragbar und gegen Witterungseinflüsse möglichst unempfindlich sein.

Auf meine Veranlassung ist bereits früher von Lorenser[2]) ein Emanations-Elektrometer gebaut worden, welches diesem Zweck dienen sollte. Dieses Instrument hat aber verschiedene Nachteile, welche durch das von mir zu beschreibende neue Emanations-Elektrometer vermieden werden sollen.

Das neue Elektrometer besteht aus einem Ionisationszylinder 1, auf welchen das kleine Einfaden-Elektrometer 2 zentral aufgesetzt ist, dessen Zerstreuungsstift in den Ionisationsraum 1 axial hineinragt. Die Einstellung des Elektrometerfadens wird mit dem Mikroskop 3 abgelesen, welches auch seitlich verschiebbar ist und eine

1) Lit. s. R. Ambronn, Methoden der angewandten Geophysik. Dresden 1926. S. 97 ff.
2) Link u. Schober, Geophysikalische Bodenuntersuchungen und Wasserversorgung. Gas- und Wasserfach **69**, 225—228, 1926; H. Witte, Bestimmung des Radium-Emanationsgehaltes von Erd- und Quellengasen in Bad Brambach. Zeitschr. f. Geophysik **2**, 181—187, 1926.

100 teilige Okularskala besitzt. Da der Emanationsgehalt der Bodenluft großen örtlichen Schwankungen unterworfen ist, wurde das Elektrometer mit einer Einrichtung versehen, mit Hilfe deren man die Fadenspannung durch Drehen einer kleinen Schraube regulieren und so den der Empfindlichkeit entsprechenden Skalenwert des Elektrometers leicht ändern kann. Auf diese Weise ist es möglich, durch Herabsetzung der Empfindlichkeit des Elektrometers in Gebieten mit hohem Emanationsgehalt der Bodenluft die Spannungsdifferenz zwischen dem Zerstreuungsstift und Ionisationszylinder zugleich so zu steigern, daß stets Sättigungsströme im Luftraum vorhanden sind. Ein leichtes Stativ 7 mit ausziehbaren Beinen dient zur Aufstellung des Elektrometers im Gelände.



Die Aufladung des Elektrometers erfolgt durch einen isolierten Stift 4, welcher durch einen Bowden-Zug bedient und nach erfolgter Ladung jeweils wieder automatisch geerdet wird.

In dem Ionisationszylinder 1 ist ein Kolben leicht verschiebbar. Mittels einer Saug- und Druck-Luftpumpe wird die dem Boden zu entnehmende Bodenluft durch eine in die gewünschte Tiefe versenkte Sonde unter Zwischenschaltung des Trockenrohres 5 durch einen neben dem Elektrometer angeordneten Anschlußstutzen in den Zylinder hineingepreßt und schiebt den vorher bis an den Deckel gehobenen Kolben vor sich herab bis an einen Anschlag. Hat man bei vorher geöffnetem ebenfalls im Deckel vorgesehenen Entlüftungshahn die Luftwege im Apparate mit der Bodenluft, welche man ausmessen will, gut ausgespült, so ist nach Herunterdrücken des Kolbens der Ionisationsraum 1 zuverlässig mit reiner Bodenluft gefüllt. Da während der ganzen Füllung im Apparat stets ein Überdruck vorhanden war, ist eine Verdünnung der eingepumpten Luft durch kleine Undichtigkeiten von der Atmosphäre her völlig ausgeschlossen.

Hierin besteht der große Fortschritt des neuen Apparates gegenüber dem Apparat nach Lorenser. Bei diesem wird nämlich die Bodenluft durch das Herunterziehen des Kolbens in dem Ionisationszylinder selbst angesaugt. Da dieser Kolben einen sehr großen Querschnitt besitzt, so ist die Abdichtung eines derartig großen Kolbens ringsum natürlich sehr schwierig durchzuführen, und das um so mehr, da man die Zylinderfläche nicht schmieren darf, weil sonst der Übergang der vom Zerstreuungsstift ausgehenden Elektrizitätsmengen in die Zylinderwand gefährdet würde. Ferner zeigt es sich in der Praxis, daß es oft erheblicher Unterdrucke bedarf, um aus dichteren Böden die Bodenluft anzusaugen. Bei einem großen Kolbenquerschnitt läßt sich aber ein erheblicher Unterdruck nicht erzielen, da dazu die Kräfte des Beobachters gar nicht ausreichen würden. In Praxis füllt sich natürlich auch bei großem Widerstand der Erdschichten der Zerstreuungsraum allmählich mit Luft, welche aber nicht aus der Erde stammt, sondern durch Undichtigkeiten aus der Atmosphäre unmittelbar hereingeströmt ist. Bei dem neuen Apparat dagegen wird die Saugwirkung durch eine besondere Luftpumpe hervorgebracht, deren Kolben einen kleinen Querschnitt besitzt und beliebig gefettet oder geölt werden kann, so daß er vollständig abdichtet. Die Luft wird unter Druck in das Zerstreuungsgefäß eingepreßt und bei Undichtigkeiten des Kolbens in dem Ionisationszylinder geht höchstens etwas Bodenluft verloren, was praktisch bedeutungslos ist, da von dieser Bodenluft ja beliebige Mengen zur Verfügung stehen.

Bei der praktischen Verwendung von Elektrometern im Freien wirken bekanntlich Feuchtigkeitshäutchen auf die isolierenden Teilchen besonders störend, welche sich insbesondere in den Morgen- und Abendstunden niederzuschlagen pflegen und dadurch die tägliche Arbeitszeit stark einschränken. Um diese Feuchtigkeitshäutchen sicher zu entfernen, ist bei dem Instrument ein kleines Heizlämpchen 6 vorgesehen worden, welches neben dem Ionisationsraum angebaut wurde. Die praktischen Erfahrungen haben gezeigt, daß durch die schwache Erwärmung des ganzen Apparates von diesem kleinen Lämpchen aus auch bei der ungünstigsten Witterung eine vollständig einwandfreie Isolation aller einzelnen Teile gegeneinander erreicht wird, solange man nur dafür Sorge trägt, daß

das Instrument nicht etwa von Regen unmittelbar getroffen wird.

Trotz aller dieser Bequemlichkeiten für die Messung ist das auf einem Stativ 7 montierte Instrument so leicht, daß es im Gelände bequem mit einer Hand von einem zum anderen Beobachtungsort getragen werden kann. Auf diese Weise ist es möglich, bei Abständen von 10 bis 20 m zwischen den einzelnen Beobachtungspunkten in der Stunde bis zu 20 Messungen auszuführen.

Durch die üblichen Zusatzteile kann der Apparat natürlich außer für die Bestimmung des Emanationsgehaltes der Bodenluft auch zu allen radioaktiven Messungen an Quellen, festem Boden und Gesteinsproben, sowie zur Bestimmung radioaktiver Niederschläge aus der Umwandlung von Emanationen nutzbar gemacht werden.

Das Instrument kann verwertet werden für radioaktive Untersuchungen aller Art im Laboratorium, im freien Gelände oder in Bergwerken; bei Untersuchungen für medizinische Zwecke an Quellen, Bodenluft, Kellerluft, Kontrollmessungen an Bädern und in Emanatorien; zur Ermittlung klimatischer Faktoren, welche auf der Radioaktivität des Untergrundes oder dem Emanationsgehalt von Quellen, Bodenarten und der Luft beruhen. Schließlich ist es zu verwenden für Boden- bzw. Bodenluft-Untersuchungen für allgemeine geologische Fragestellungen oder zur Vorprüfung des Untergrundes für berg-, tief- und wasserbauliche Zwecke, z. B. bei der Gründung von Talsperren, sowie bei manchen Aufgaben der Wasserversorgung.

(Eingegangen 27. April 1927.)

Wärmeübergang und Turbulenz.

Von H. Lorenz.

Durchströmt ein Gas von der Temperatur T im Achsenabstand z ein Rohr vom Halbmesser r_i dessen Wand vermittelst Dampfheizung von außen auf der unveränderlichen Temperatur $T_0 > T$ gehalten wird, so tritt ein Wärmeaustausch mit Erhöhung der Gastemperatur von T_1 auf T_2 ein. Dabei ist das Element dQ des Wärmeflusses in der Zeiteinheit einmal verhältnisgleich dem örtlichen Temperaturunterschied $T_0 - T$ der Rohrwand und des Gases und dem Flächenelement $2\pi r\,dz$ der Rohrwand, also mit einem Beiwert α des Wärmeaustausches

$$dQ = \alpha(T_0 - T)\,2\pi r\,dz. \tag{1}$$

Dieser Betrag dient andererseits zur Temperaturerhöhung um dT des in der Zeiteinheit strömenden Gasgewichtes, so daß man mit dessen Raumgewicht γ, der spezifischen Wärme c_p und der entsprechenden mittleren Stromgeschwindigkeit w auch hat

$$dQ = \pi r^2 w \cdot \gamma \cdot c_p \cdot dT. \tag{2}$$

Hierin können wir auch den nahezu unveränderlichen Wärmewert des strömenden Gasgewichtes durch das bequemer meßbare Produkt aus dem Volumen V in der Zeiteinheit und der spezifischen Wärme der Raumeinheit C_p ersetzen, also mit

$$\pi r^2 w \gamma c_p = V \cdot C_p \tag{3}$$

an Stelle von (2) schreiben

$$dQ = V \cdot C_p \cdot dT. \tag{3a}$$

Nach Gleichsetzen mit (1) ergibt alsdann die Integration zwischen T_1 und T_2 auf dem Wege $z_2 - z_1 = l$ die Formel

$$\frac{2\pi\alpha r l}{V \cdot C_p} = \lg \frac{T_0 - T_1}{T_0 - T_2}, \tag{4}$$

aus der man unter Einführung der gemessenen Temperaturen und des Gasvolumens bei bekanntem C_p den Beiwert α versuchsmäßig ermitteln kann.

Die Strömung erfordert aber auch ein Druckgefälle

$$-\frac{dp}{dz} = \frac{\lambda\gamma}{r} \cdot \frac{w^2}{2g}, \tag{5}$$

worin λ ein Zahlenbeiwert ist, der mit der absoluten Reynoldsschen Kennzahl $R = \frac{w \cdot \gamma \cdot r}{g \cdot \mu}$, worin μ die Zähigkeit bedeutet, derart sich ändert, daß unterhalb des kritischen Wertes $R_k = 1160$ das Produkt $\lambda R = 16$ beständig bleibt und von da sich einer Asymptote mit der durch die Rauhigkeit $\lambda = \lambda_0$ gegebenen Neigung nähert[1]). Setzen wir an Stelle von (5)

$$\frac{1}{\gamma} \cdot \frac{dp}{dz} = \frac{dL}{dz} = -\frac{\lambda \cdot w^2}{r \cdot 2g}, \tag{5a}$$

so bedeutet die linke Seite den Energieverlust der Gewichtseinheit auf der Längeneinheit bedingt durch die Bewegungswiderstände. Die rechte Seite von (5a) dagegen gibt an, daß dieser Verlust dadurch hervorgerufen wird, daß auf der Längeneinheit der Bruchteil $\lambda : r$ der strömenden Gewichtseinheit durch den Einfluß der Rohrwand die ganze Strömungswucht eingebüßt hat. Das aber ist nur dadurch möglich, daß dieser

1) Lorenz, Das Turbulenzproblem für das gerade Kreisrohr. Physik. Zeitschr. **26**, 557, 1925.

Bruchteil aus dem Innern des Stromes an die Wand gelangt und dort in Wirbelung gerät.

Außerdem aber wird dieser Bruchteil, der die Grenzschicht erfüllt, dort eine Temperatur T' zwischen der jeweiligen Mitteltemperatur T_m des Gasstromes und derjenigen T_0 der Wand annehmen, so daß wir in erster Annäherung

$$2T' = T_0 + T \tag{6}$$

setzen dürfen. Werden die Wirbel mit dieser Temperatur wieder vom Gesamtstrom ergriffen und in diesem aufgelöst, so findet eine Mischung derart statt, daß die Temperatur des Stromes sich um dT derart erhöht, daß auf dem Wege dz

$$\frac{\lambda}{r}(T' - T)\,dz = dT \tag{7}$$

oder mit (6)

$$\frac{\lambda}{2r}(T_0 - T)\,dz = dT \tag{7a}$$

wird. Dabei haben wir die Wärmeentwicklung durch Vernichtung der Strömungsenergie wegen der Geringfügigkeit der entsprechenden Temperaturerhöhung vernachlässigt. Alsdann folgt durch Integration von (7a) zwischen den Gastemperaturen T_1 und T_2 auf dem Wege $z_2 - z_1 = l$:

$$\frac{\lambda \cdot l}{2r} = \lg \frac{T_0 - T_1}{T_0 - T_2}, \tag{8}$$

wonach man auch den Widerstandsbeiwert λ aus der Temperaturerhöhung bei der Strömung ermitteln kann.

Verbindet man aber die Formeln (4) und (8), so ergibt sich unter Ausschalten der Temperaturen sowie der Meßlänge l

$$\lambda = \frac{4\pi r^2}{C_p} \cdot \frac{\alpha}{V} \tag{9}$$

oder auch mit (3)

$$4\alpha = \lambda \cdot \gamma \cdot c_p \cdot w \tag{9a}$$

sowie nach Einführung der Reynoldsschen Kennzahl R und der kinematischen Zähigkeit $\nu = \frac{g \cdot \mu}{\gamma}$

$$\alpha = \frac{\lambda R}{4} \cdot \frac{\nu \cdot \gamma \cdot c_p}{p} \tag{9b}$$

für den Zusammenhang zwischen der Wärmeaustauschzahl α mit dem Widerstandsbeiwert λ und der Stromgeschwindigkeit w. Doch ist noch zu beachten, daß im allgemeinen nach der obigen Bemerkung ja sich λ mit R, also auch mit w nach der Turbulenzgleichung ändert, was streng genommen bei der Integration von (6) hätte berücksichtigt werden müssen, bei kurzer Meßstrecke dagegen wenig ins Gewicht fällt.

Zur Prüfung der vorstehenden Ergebnisse stehen nur Versuche von W. Nusselt[1]) zur Verfügung, bei denen Luft bei Drucken zwischen 1 und 16 Atm. mit Geschwindigkeiten von 0,3 bis 30 m/sec^{-1} und Temperaturänderungen zwischen 17° und 86° in einem mit Dampf von etwa 102° C von außen geheizten glatten Messingrohr von $r = 1{,}1$ cm innerem und 1,3 cm äußerem Halbmesser strömte. Die Kurven der Abhängigkeit des Beiwertes α von w zeigen fast genau denselben Verlauf wie die Turbulenzkurven[2]) der Abhängigkeit $\lambda R = f(R)$, woraus schon Nusselt auf die Verwandtschaft beider Vorgänge schloß.

Im Turbulenzbereich ergab sich nun im Mittel das Verhältnis $\alpha : V = \sim 2$, wobei für alle Versuche V in m^3 auf Atmosphärendruck bei 15° C bezogen war. Mit $C_p = 0{,}3$ und $\pi r^2 = 3{,}8$ cm^2 folgt dann mit (9) fast genau:

$$\lambda = 0{,}01$$

in bester Übereinstimmung mit bekannten Versuchsergebnissen aus dem Druckabfall bei turbulenter Strömung. Die kritische Reynoldssche Kennzahl $R = 1160$ entspricht für die Nusseltsche Versuchsanordnung einer kritischen Stromgeschwindigkeit von etwa $w = 1{,}6$ m/sec^{-1}. Unterhalb derselben also im laminaren Bereich erhielt Nusselt unabhängig von w die mittlere Wärmeübergangszahl an Luft von etwas über Atmosphärendruck (rund 1,14 kg/cm^{-2}) $\alpha = 7{,}5 : 3600$ m^{-2} sec^{-1} C^{-1}, während der Mitteltemperatur von 70° C die kinematische Zähigkeit $\nu = 20 \cdot 10^{-6}$ m^2 sec^{-1} sowie ein Raumgewicht von 1,15 kg/m^3 zugehörte. Damit liefert dann die Gleichung (9a) mit $c_p = 0{,}24$

$$\lambda R = \frac{4\alpha r}{\nu \gamma c_p} = 16{,}6,$$

während nach der Strömungstheorie $\lambda R = 16$ für die laminare Bewegung sein sollte.

Diese gute Übereinstimmung im laminaren Bereich, die sich nach den Nusseltschen Schaubildern wegen der Proportionalität von α mit dem Raumgewicht γ auch auf die höheren Drucke erstreckt, erscheint zunächst überraschend, da unsere Formeln nur für die Turbulenz abgeleitet wurden. Sie wird aber dadurch erklärlich, daß der Zusammenhang zwischen α und λ auch den kritischen Zustand umfaßt, unterhalb dessen nach

1) Nusselt, Der Wärmeübergang in Rohrleitungen. Zeitschr. d. V. D. I. 1909, S. 1750. Habilitationsschrift Techn. Hochschule Dresden 1909.

2) Lorenz, a. a. O.

den Lehren der kinetischen Gastheorie zwischen dem Beiwerte der Wärmeleitung und der inneren Reibung Verhältnisgleichheit herrschen muß, während andererseits dort das Produkt λR von der Geschwindigkeit unabhängig bleibt. Eine Abweichung von der Theorie besteht nur insofern, als die Nusseltschen Schaubilder für α im Gegensatz zu denen der λR aus dem Druckgefälle für den kritischen Zustand keine Unstetigkeit erkennen lassen. Sieht man hiervon ab, so bestätigen die Versuche den Zusammenhang (9) bzw. (9a) mit (9b) der Wärmeübergangszahl mit dem Widerstandsbeiwert im ganzen Strombereich, womit wenigstens für Gase auch die lange gesuchte Abhängigkeit des Wärmeüberganges von der Stromgeschwindigkeit gegeben ist.

(Eingegangen 5. Mai 1927.)

Über die Raum-Zeit-Gruppen von Kolkmeijer.

Von A. C. Lunn und J. K. Senior.

Wir befassen uns mit der Bedeutung, welche die Raum-Zeit-Symmetrie für die Spektral-, Isomerie- und Kristallstrukturlehre hat. Dabei sind wir zu neuen Ansichten über den Begriff der Raum-Zeit-Symmetrie, insbesondere über die Klasse von Gruppen, die von Kolkmeijer[1]) definiert und in ein System gebracht worden ist, gelangt. Kolkmeijer erhält die verschiedenen Typen dieser Klasse durch eine passende Auswahl erzeugender Operationen für jede Art von Raum-Gruppen-Basis.

Wir erhielten ein solches System auf zwei verschiedenen Wegen; ein Vergleich unseres Systems mit dem Kolkmeijers zeigte, daß einige Gruppentypen, die unter die Definition von Kolkmeijer fallen, in seiner Liste wie es scheint fehlen, obgleich sie nach seiner Methode mit den gewählten Erzeugenden erhältlich sind. Es schien auch ratsam, um diese Gruppen darzustellen, eine Methode zu finden, die ausschließlich auf die Struktur der isomorphen Raumgruppen abgestimmt ist. Das erstrebte Ziel ist, die Struktur der Gruppen auf eine Weise deutlich zu machen, die zur Beschreibung der kinematischen Modelle unmittelbar geeignet ist. Wir geben daher die folgende Tabelle als eine Ergänzung der Tabelle Kolkmeijers und fügen die hinzukommenden Typen ein. Die Bezeichnungsweise, die eine Alternative zu der von Kolkmeijer bildet, schließt keine besondere Wahl von Raumgruppen-Erzeugenden ein und macht die Struktur der Raum-Zeit-Gruppe durch direkten Vergleich mit ihrer isomorphen reinen Raum-Gruppe klar.

Die betrachteten Gruppen sind mit den Erzeugenden der wohlbekannten Punktgruppen aufgebaut, welche auf die verschiedenen möglichen (widerspruchsfreien) Weisen mit den zwei Arten der Zeitoperationen (der Zeitspiegelung $\mathfrak{M}$ und den verschiedenen Potenzen der fundamentalen Zeit-Translation $\mathfrak{P}$) kombiniert sind. Da $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{P}$ mit derselben Achse im Minkowskischen Raume verbunden gedacht sind, sind sie vertauschbar mit allen Operationen A, B, C usw., die zu dem entsprechenden dreidimensionalen Raum allein gehören. Daher kann jede gesuchte Gruppe als ein Produkt aus der Raum-Punkt-Gruppe und einer reinen Zeit-Gruppe betrachtet werden; sie ist dabei mit derselben oder einer größeren Punktgruppe isomorph. Die Analyse der Typen und die genaue Beschreibung der vorgeschlagenen Bezeichnungsweise erhellen für die drei allgemeinen, sich natürlich ergebenden Klassen aus dem Folgenden. Gruppen von ausschließlicher Raum-Symmetrie werden in den allgemeinen Betrachtungen mit F, G und H bezeichnet, in der detaillierten Liste aber nach der Schreibweise von Schönflies.

1. Eine Gruppe, welche $\mathfrak{M}$, aber kein $\mathfrak{P}$ enthält, hat nur Operationen der Formen A und $\mathfrak{M}B$, wobei $\mathfrak{M}$ die Periodenzahl 2 hat und sowohl mit jedem A als mit jedem B vertauschbar ist. Daraus folgt, daß das Produkt einer geraden Anzahl B's ein A ist, das Produkt einer ungeraden Anzahl aber ein B ist, während das Produkt von zwei A's ein A ist. Es folgt weiter, daß die Anzahl der A's dieselbe ist wie die Anzahl der B's und daß die Reihe der B's entweder dieselbe ist wie die der A's oder gänzlich von ihr verschieden. Im zweiten Fall ist die Struktur der Gruppe eindeutig verbunden mit dem Symbol F/G, worin F die Gruppe der A's und B's zusammen bedeutet und worin G die aus den A's allein aufgebaute Untergruppe mit dem Index 2 ist. Das Symbol bedeutet, daß die Raum-Zeit-Gruppe aufgebaut ist mit den unveränderten (mit der Zeit-Identität multiplizierten) Operationen von G und mit den hinzukommenden (mit $\mathfrak{M}$ multiplizierten) Operationen der einzigen Nebengruppe unter F. Der erste Fall wird zweckmäßig ausgedrückt durch G/G. Dieses Symbol bedeutet, daß die Gruppe mit den Erzeugenden von G, sowohl mit diesen allein als auch in Kombination mit M, aufgebaut ist. Auf diese Weise bestimmt jede Raum-Zeit-Gruppe dieser ersten Klasse eindeutig ein Symbol F/G, worin F eine Punktgruppe und G entweder F oder eine von deren

1) Physik. Zeitschr. **22**, 457—466, 1921.

Untergruppen mit der halben Ordnungszahl ist. Umgekehrt bestimmt jedes in einem solchen Verhältnisse stehende Paar (F/G) einen Typus Raum-Zeit-Gruppe.

2. Gruppen, die $\mathfrak{P}$ aber nicht $\mathfrak{M}$ enthalten, sind den vorerwähnten in Einigem ähnlich, doch weisen sie einen größeren Reichtum von Verschiedenheit auf. Obgleich $\mathfrak{P}$ eine unendliche Periode hat, schränkt man die Betrachtung ein auf die Gruppen, die mit Raum-Gruppen von endlicher Ordnungszahl isomorph sind. Daher erscheint in Verbindung mit den Exponenten von $\mathfrak{P}$ ein Modulus μ, welcher das kleinste gemeinsame Vielfache der verschiedenen Periodenzahlen der Raumsymmetrie ist. Die hierher gehörigen Operationen sind vom Typus $\mathfrak{P}^a B_a$, worin a irgendeine ganze Zahl ist. Das Produkt eines $\mathfrak{P}^a B_a$ mit einem $\mathfrak{P}^b B_b$ ergibt ein $\mathfrak{P}^{a+b} B_{a+b}$. Jedoch ist irgendein B_a auch ein B_c falls a und c modulo μ kongruent sind.

Wohlbekannte Theoreme über die Struktur von Gruppen lehren sodann, daß die Raum-Zeit-Gruppe eindeutig durch ein Symbol $G//H$ bestimmt ist, worin G eine gewöhnliche Punktgruppe ist und worin H eine ausgezeichnete Untergruppe von G ist, mit der einzigen Einschränkung, daß die Quotientengruppe zyklisch und von der Ordnungszahl μ sein muß. Die Bezeichnungsweise hat den Sinn, daß man die Untergruppe $H = H_0$ und die Nebengruppen $H_1 \cdots H_{\mu-1}$ sich so vorstellen kann, als wären sie mit den Indexen versehen, die den Potenzen irgendeiner besonderen Erzeugenden der Quotientengruppe entsprechen. So wird dann die Raum-Zeit-Gruppe erhalten durch Multiplikation aller Erzeugenden jedes einzelnen H_a mit $\mathfrak{P}^{a+r\mu}$, worin r irgendeine ganze Zahl ist. Dies ist das typische Resultat, falls $\mu > 1$ ist. Aber wie bei den $\mathfrak{M}$-Gruppen gibt es auch bei den $\mathfrak{P}$-Gruppen einen besonderen Fall, in dem die Quotientengruppe die bloße Identität ist. Diesen Fall drückt man zweckmäßig durch $G//G$ aus. Umgekehrt wird offensichtlich durch jedes aus einer Gruppe und Untergruppe bestehende Paar $(G//H)$, das eine zyklische Quotientengruppe gibt, eine Raum-Zeit-Gruppe bestimmt. Es muß aber bemerkt werden, daß eine zyklische Gruppe auf verschiedenen Wegen aufgebaut werden kann, indem man als Erzeugende die verschiedenen primitiven Potenzen irgendeiner Erzeugenden anwendet. Daher wird es deutlich unterscheidbare, jedoch einfach isomorphe Gruppen geben, die dasselbe Symbol $G//H$ haben. Diese entsprechen den verschiedenen primitiven Resten des Modulus. Bei den kristallographischen Moduli (2, 3, 4 und 6) erscheint die einzige Mannigfaltigkeit, die auf diese Weise eingeführt wird, in dem Vorzeichen für die fundamentale Zeit-Translation. In den höheren Fällen aber kann die vermehrte Mannigfaltigkeit bedeutsam werden und es ist nötig, das zu bedenken, falls man verschiedene kinematische Symmetrien miteinander vergleicht.

3. Die Gruppen, die $\mathfrak{P}$ und $\mathfrak{M}$ enthalten, haben natürlich einige Merkmale mit den zwei bereits erwähnten Klassen gemeinsam. Jede Gruppe dieser dritten Klasse kann dargestellt werden mit Hilfe von Raumoperationen, verbunden mit einem einzigen $\mathfrak{M}$ und den Potenzen eines einzigen $\mathfrak{P}$. Kolkmeijer zieht es freilich vor, in gewissen Fällen, ein Paar von $\mathfrak{M}$'s zu verwenden. Falls der invariante Zeitpunkt des Grund-$\mathfrak{M}$'s als Zeitanfangspunkt gewählt wird, kann jedes auftretende $\mathfrak{M}$ entweder als $\mathfrak{M}\mathfrak{P}^a$ oder als $\mathfrak{P}^{-a}\mathfrak{M}$ geschrieben werden. Jeder solche Ausdruck bedeutet ein $\mathfrak{M}$, während das Produkt aus zwei solchen Ausdrücken eine Potenz von $\mathfrak{P}$ ist. Insbesondere ist $\mathfrak{M}\mathfrak{P}^a\mathfrak{M}\mathfrak{P}^b$ gleich $\mathfrak{P}^{b-a}$. Da es auf diese Weise eine unendliche Anzahl von $\mathfrak{M}$'s gibt, während das fundamentale $\mathfrak{P}$ eindeutig bestimmt ist, kann man die betrachtete Gruppe entweder auf mannigfache Weise nach $F//G'//H$ oder auf eindeutige Weise nach $F/G//H$, erhalten, indem man die vorher erwähnten Verfahren verbindet. Die zweite Operationsweise ist wegen ihrer Eindeutigkeit vorzuziehen und ist in die Tabelle übernommen worden. Umgekehrt gehört das Symbol $(F/G//H)$ zu einem wirklichen Typus Raum-Zeit-Gruppe, falls H eine ausgezeichnete Untergruppe von F ist, dergestalt, daß die Quotientengruppe die erforderte Isomorphie mit der reinen aus $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{P}$ erzeugten Zeit-Gruppe aufweist; dann ist die Gruppe G auch bestimmt. Besonderer Überlegungen bedarf es in den vereinfachten Fällen, in denen die drei Gruppen F, G und H nicht alle voneinander verschieden sind. Ist zum Beispiel G gleich F, dann kommen nur die Fälle in Betracht, in denen der Index von H unter G 1 oder 2 ist.

Unsere Tabelle wurde entworfen, indem wir die verschiedenen Typen von Punktgruppen registrierten, alle Kombinationen (F/G), $(G//H)$ und $(F/G//H)$, die die genannten Bedingungen erfüllten, aufstellten, und schließlich ihre entsprechende Bezeichnungsweise nach Kolkmeijer aussuchten. Wir machten auch eine Übersicht vieler von diesen Kombinationen, indem wir einzelne kinematische Modelle beschrieben, um sie zu erläutern.

Die in der großen Tabelle gebrauchten Symbole haben die folgenden Bedeutungen:

l bezeichnet n oder irgendeinen Faktor von n.

m bezeichnet n oder irgendeinen Faktor von n derart, daß n/m eine ungerade Zahl ist.

Nach jedem Symbol ist die ihm entsprechende Kolkmeijersche Bezeichnungsweise angeführt.

RAUMGRUPPEN	GRUPPEN MIT $\mathfrak{M}$	GRUPPEN MIT $\mathfrak{B}$	GRUPPEN MIT $\mathfrak{M}$ UND $\mathfrak{B}$
$C_n \simeq \mathfrak{A}_n$ (1)(2)(3)(4)(6)	$C_n/C_n \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{A}_n$ (1,1)(2,2)(3,3)(4,4)(6,6)	$C_n/\!/C_\ell \simeq \mathfrak{B}^n, \mathfrak{B}^k\mathfrak{A}_n$ (1,1)(2,2)(2,1)(3,3)(3,1)(4,4) (4,2)(4,1)(6,6)(6,3)(6,2)(6,1)	$C_n/C_n/\!/C_n \simeq \mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_n$ (1,1,1)(2,2,2)(3,3,3)(4,4,4)(6,6,6)
	$C_{2n}/C_n \simeq \mathfrak{M}\mathfrak{A}_{2n}$ (2,1)(4,2)(6,3)		$C_{2n}/C_n/\!/C_n \simeq \mathfrak{B}, \mathfrak{M}\mathfrak{A}_{2n}$ (2,1,1)(4,2,2)(6,3,3) $C_{2n}/C_{2n}/\!/C_n \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{B}^2, \mathfrak{B}\mathfrak{A}_{2n}$ (2,2,1)(4,4,2)(6,6,3)
$D_n \simeq \mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}'_2$ (2)(3)(4)(6)	$D_n/D_n \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}'_2$ (2,2)(3,3)(4,4)(6,6) $D_n/C_n \simeq \mathfrak{M}\mathfrak{A}_2, \mathfrak{M}\mathfrak{A}'_2$ (2,2)(3,3)(4,4)(6,6)	$D_n/\!/D_n \simeq \mathfrak{B}, \mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}'_2$ (2,2)(3,3)(4,4)(6,6) $D_n/\!/C_n \simeq \mathfrak{B}^2, \mathfrak{B}\mathfrak{A}_2, \mathfrak{B}\mathfrak{A}'_2$ (2,2)(3,3)(4,4)(6,6)	$D_n/D_n/\!/D_n \simeq \mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}'_2$ (2,2,2)(3,3,3)(4,4,4)(6,6,6) $D_n/D_n/\!/C_n \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{B}^2, \mathfrak{B}\mathfrak{A}_2, \mathfrak{B}\mathfrak{A}'_2$ (2,2,2)(3,3,3)(4,4,4)(6,6,6) $D_n/C_n/\!/C_\ell \simeq \mathfrak{B}^n, \mathfrak{M}\mathfrak{A}_2, \mathfrak{M}\mathfrak{B}^k\mathfrak{A}'_2$ (2,2,2)(2,2,1)(3,3,3)(3,3,1)(4,4,4)(4,4,2) (4,4,1)(6,6,6)(6,6,3)(6,6,2)(6,6,1)
	$D_{2n}/D_n \simeq \mathfrak{M}\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}'_2$ (4,2)(6,3)	$D_{2n}/\!/D_n \simeq \mathfrak{B}^2, \mathfrak{B}\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}'_2$ (4,2)(6,3)	$D_{2n}/D_n/\!/D_n \simeq \mathfrak{B}, \mathfrak{M}\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}'_2$ (4,2,2)(6,3,3) $D_{2n}/D_{2n}/\!/D_n \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{B}^2, \mathfrak{B}\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}'_2$ (4,4,2)(6,6,3) $D_{2n}/D_n/\!/C_n \simeq \mathfrak{B}^2, \mathfrak{B}\mathfrak{A}_2, \mathfrak{M}\mathfrak{A}'_2$ (4,2,2)(6,3,3)
$T \simeq \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3$	$T/T \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3$	$T/\!/T \simeq \mathfrak{B}, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3$ $T/\!/D_2 \simeq \mathfrak{B}^3, \mathfrak{B}^{11}\mathfrak{A}_3, \mathfrak{B}^{11}\mathfrak{A}'_{3++}$	$T/T/\!/T \simeq \mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3$
$K \simeq \mathfrak{A}_4, \mathfrak{A}'_4$	$K/K \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{A}_4, \mathfrak{A}'_4$ $K/T \simeq \mathfrak{M}\mathfrak{A}_4, \mathfrak{M}\mathfrak{A}'_4$	$K/\!/K \simeq \mathfrak{B}, \mathfrak{A}_4, \mathfrak{A}'_4$ $K/\!/T \simeq \mathfrak{B}^2, \mathfrak{B}\mathfrak{A}_4, \mathfrak{B}\mathfrak{A}'_4$	$K/K/\!/K \simeq \mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_4, \mathfrak{A}'_4$ $K/T/\!/T \simeq \mathfrak{B}, \mathfrak{M}\mathfrak{A}_4, \mathfrak{M}\mathfrak{A}'_4$ $K/K/\!/T \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{B}^2, \mathfrak{B}\mathfrak{A}_4, \mathfrak{B}\mathfrak{A}'_4$ $K/T/\!/D_2 \simeq \mathfrak{B}^3, \mathfrak{M}\mathfrak{A}_4, \mathfrak{M}\mathfrak{B}^{11}\mathfrak{A}'_4$
$P \simeq \mathfrak{A}_5, \mathfrak{A}'_5$	$P/P \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{A}_5, \mathfrak{A}'_5$	$P/\!/P \simeq \mathfrak{B}, \mathfrak{A}_5, \mathfrak{A}'_5$	$P/P/\!/P \simeq \mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_5, \mathfrak{A}'_5$
$\bar{C}_{2n} \simeq \bar{\mathfrak{A}}_{2n}$ (2)(4)(6)	$\bar{C}_{2n}/\bar{C}_{2n} \simeq \mathfrak{M}, \bar{\mathfrak{A}}_{2n}$ (2,2)(4,4)(6,6) $\bar{C}_{2n}/C_n \simeq \mathfrak{M}\bar{\mathfrak{A}}_{2n}$ (2,1)(4,2)(6,3)	$\bar{C}_{2n}/\!/\bar{C}_{2m} \simeq \mathfrak{B}^{2n}, \mathfrak{B}^k\bar{\mathfrak{A}}_{2n}$ (2,2)(4,4)(6,6)(6,2) $\bar{C}_{2n}/\!/C_\ell \simeq \mathfrak{B}^{2n}, \mathfrak{B}^k\bar{\mathfrak{A}}_{2n}$ (2,1)(4,2)(4,1)(6,3)(6,1)	$\bar{C}_{2n}/\bar{C}_{2n}/\!/\bar{C}_{2n} \simeq \mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \bar{\mathfrak{A}}_{2n}$ (2,2,2)(4,4,4)(6,6,6) $\bar{C}_{2n}/C_n/\!/C_n \simeq \mathfrak{B}, \mathfrak{M}\bar{\mathfrak{A}}_{2n}$ (2,1,1)(4,2,2)(6,3,3) $\bar{C}_{2n}/\bar{C}_{2n}/\!/C_n \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{B}^2, \mathfrak{B}\bar{\mathfrak{A}}_{2n}$ (2,2,1)(4,4,2)(6,6,3)
$C_n^v \simeq \mathfrak{S}, \mathfrak{S}'$ (2)(3)(4)(6)	$C_n^v/C_n^v \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{S}, \mathfrak{S}'$ (2,2)(3,3)(4,4)(6,6) $C_n^v/C_n \simeq \mathfrak{M}\mathfrak{S}, \mathfrak{M}\mathfrak{S}'$ (2,2)(3,3)(4,4)(6,6)	$C_n^v/\!/C_n^v \simeq \mathfrak{B}, \mathfrak{S}, \mathfrak{S}'$ (2,2)(3,3)(4,4)(6,6) $C_n^v/\!/C_n \simeq \mathfrak{B}^2, \mathfrak{B}\mathfrak{S}, \mathfrak{B}\mathfrak{S}'$ (2,2)(3,3)(4,4)(6,6)	$C_n^v/C_n^v/\!/C_n^v \simeq \mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{S}, \mathfrak{S}'$ (2,2,2)(3,3,3)(4,4,4)(6,6,6) $C_n^v/C_n^v/\!/C_n \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{B}^2, \mathfrak{B}\mathfrak{S}, \mathfrak{B}\mathfrak{S}'$ (2,2,2)(3,3,3)(4,4,4)(6,6,6) $C_n^v/C_n/\!/C_\ell \simeq \mathfrak{B}^n, \mathfrak{M}\mathfrak{S}, \mathfrak{M}\mathfrak{B}^k\mathfrak{S}'$ (2,2,2)(2,2,1)(3,3,3)(3,3,1)(4,4,4)(4,4,2) (4,4,1)(6,6,6)(6,6,3)(6,6,2)(6,6,1)
	$C_{2n}^v/C_n^v \simeq \mathfrak{M}\mathfrak{S}, \mathfrak{S}'$ (2,1)(4,2)(6,3)	$C_{2n}^v/\!/C_n^v \simeq \mathfrak{B}^2, \mathfrak{B}\mathfrak{S}, \mathfrak{S}'$	$C_{2n}^v/C_n^v/\!/C_n^v \simeq \mathfrak{B}, \mathfrak{M}\mathfrak{S}, \mathfrak{S}'$ (2,1,1)(4,2,2)(6,3,3) $C_{2n}^v/C_{2n}^v/\!/C_n^v \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{B}^2, \mathfrak{B}\mathfrak{S}, \mathfrak{S}'$ (2,2,1)(4,4,2)(6,6,3) $C_{2n}^v/C_n^v/\!/C_n \simeq \mathfrak{B}^2, \mathfrak{B}\mathfrak{S}, \mathfrak{M}\mathfrak{S}'$ (2,1,1)(4,2,2)(6,3,3)

Unterhalb des Symbols ist für jeden Gruppentypus eine vollständige Liste der Beispiele gegeben, in denen die kristallographischen Bedingungen erfüllt sind. Ohne diese Einschränkung wäre natürlich die Anzahl der Beispiele für jeden Gruppentypus (mit Ausnahme der endosphärischen Typen) unendlich groß.

Da es keine allgemein angenommene Nomenklatur für Kristallgruppen gibt, fügen wir eine Liste von einander gleichwertigen Bezeichnungen bei. Die linker Hand angeführten sind die in der Tabelle verwendeten.

$C_1 = A$	$D_2 = V$	$K = O$
$C_2 = I, S_2$	$D_2^H = V^H$	$K^H = O^H$
$C_4 = S_4$	$D_2^D = V^D, S_4^U$	
$C_6 = S_6, C_3'$	$D_3^D = S_6^U$	$C_1^V, C_1^H = S$

RAUMGRUPPEN	GRUPPEN MIT $\mathfrak{M}$	GRUPPEN MIT $\mathfrak{B}$	GRUPPEN MIT $\mathfrak{M}$ UND $\mathfrak{B}$
$C_n^H \simeq \mathfrak{A}_n, \mathfrak{S}_h$ (1)(2)(3)(4)(6)	$C_n^H/C_n^H \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{A}_n, \mathfrak{S}_h$ (1,1)(2,2)(3,3)(4,4)(6,6) $C_m^H/C_n \simeq \mathfrak{A}_\eta, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_h$ (1,1)(2,2)(3,3)(4,4)(6,6)	$C_n^H/\!/C_t^H \simeq \mathfrak{B}^n, \mathfrak{B}^x\mathfrak{A}_n, \mathfrak{S}_h$ (1,1)(2,2)(2,1)(3,3)(3,1)(4,4) (4,2)(4,1)(6,6)(6,3)(6,2)(6,1) $C_n^H/\!/C_m \simeq \begin{cases} \mathfrak{B}^z, \mathfrak{A}_n, \mathfrak{B}\mathfrak{S}_h \\ \mathfrak{B}^m, \mathfrak{B}^x\mathfrak{A}_{zn}, \mathfrak{B}^n\mathfrak{S}_h \\ \mathfrak{B}^{m+z}, \mathfrak{B}^{xz}\mathfrak{A}_{zm+1}, \mathfrak{B}^{zm}\mathfrak{S}_h \end{cases}$ (1,1)(2,2)(3,3)(3,1)(4,4)(6,6)(6,2)	$C_n^H/C_n^H/\!/C_n^H \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{M}_z\mathfrak{A}_n, \mathfrak{S}_h$ (1,1,1)(2,2,2)(3,3,3)(4,4,4)(6,6,6) $C_n^H/C_n^H/\!/C_n \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{B}^z\mathfrak{A}_n, \mathfrak{B}\mathfrak{S}_h$ (1,1,1)(2,2,2)(3,3,3)(4,4,4)(6,6,6) $C_n^H/C_n/\!/C_1 \simeq \mathfrak{B}^n, \mathfrak{B}^x\mathfrak{A}_n, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_h$ (1,1,1)(2,2,2)(2,2,1)(3,3,3)(3,3,1)(4,4,4) (4,4,2)(4,4,1)(6,6,6)(6,6,3)(6,6,2)(6,6,1)
	$C_{2n}^H/C_n^H \simeq \mathfrak{M}\mathfrak{A}_{2n}, \mathfrak{S}_h$ (2,1)(4,2)(6,3) $C_{2n}^H/\bar{C}_{2n} \simeq \mathfrak{M}\mathfrak{A}_{2n}, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_h$ (2,2)(4,4)(6,6)	$C_{2n}^H/\!/\bar{C}_{2t} \simeq \mathfrak{B}^{2n}, \mathfrak{B}^x\mathfrak{A}_{2n}, \mathfrak{B}^n\mathfrak{S}_h$ (2,2)(4,4)(4,2)(6,6)(6,2)	$C_{2n}^H/C_n^H/\!/C_n^H \simeq \mathfrak{B}, \mathfrak{M}\mathfrak{A}_{2n}, \mathfrak{S}_h$ (2,1,1)(4,2,2)(6,3,3) $C_{2n}^H/\bar{C}_{2n}/\!/\bar{C}_{2n} \simeq \mathfrak{B}, \mathfrak{M}\mathfrak{A}_{2n}, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_h$ (2,2,2)(4,4,4)(6,6,6) $C_{2n}^H/C_{2n}^H/\!/\bar{C}_{2n} \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{B}^z, \mathfrak{B}\mathfrak{A}_{2n}, \mathfrak{B}\mathfrak{S}_h$ (2,2,2)(4,4,4)(6,6,6) $C_{2n}^H/C_{2n}^H/\!/C_n^H \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{B}^z, \mathfrak{B}\mathfrak{A}_{2n}, \mathfrak{S}_h$ (2,2,1)(4,4,2)(6,6,3) $C_{2n}^H/C_n^H/\!/C_n \simeq \mathfrak{B}^z, \mathfrak{M}\mathfrak{A}_{2n}, \mathfrak{B}\mathfrak{S}_h$ (2,1,1)(4,2,2)(6,3,3) $C_{2n}^H/\bar{C}_{2n}/\!/C_n \simeq \mathfrak{B}^z, \mathfrak{M}\mathfrak{A}_{2n}, \mathfrak{M}\mathfrak{B}\mathfrak{S}_h$ (2,2,1)(4,4,2)(6,6,3)
$D_n^b \simeq \mathfrak{A}_z, \mathfrak{S}_d$ (2)(3)	$D_n^b/D_n^b \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{A}_z\mathfrak{S}_d$ (2,2)(3,3) $D_n^b/C_n^V \simeq \mathfrak{M}\mathfrak{A}_z, \mathfrak{S}_d$ (2,2)(3,3) $D_n^b/D_n \simeq \mathfrak{A}_z, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_d$ (2,2)(3,3) $D_n^b/\bar{C}_{2n} \simeq \mathfrak{M}\mathfrak{A}_z, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_d$ (2,4)(3,6)	$D_n^b/\!/D_n^b \simeq \mathfrak{B}, \mathfrak{A}_z, \mathfrak{S}_d$ (2,2)(3,3) $D_n^b/\!/C_n^V \simeq \mathfrak{B}^2, \mathfrak{B}\mathfrak{A}_z, \mathfrak{S}_d$ (2,2)(3,3) $D_n^b/\!/D_n \simeq \mathfrak{B}^2, \mathfrak{A}_z, \mathfrak{B}\mathfrak{S}_d$ (2,2)(3,3) $D_n^b/\!/\bar{C}_{2n} \simeq \mathfrak{B}^2, \mathfrak{B}\mathfrak{A}_z, \mathfrak{B}\mathfrak{S}_d$ (2,4)(3,6)	$D_n^b/D_n^b/\!/D_n^b \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{M}_z, \mathfrak{A}_z, \mathfrak{S}_d$ (2,2,2)(3,3,3) $D_n^b/C_n^V/\!/C_n^V \simeq \mathfrak{B}, \mathfrak{M}\mathfrak{A}_z, \mathfrak{S}_d$ (2,2,2)(3,3,3) $D_n^b/D_n/\!/D_n \simeq \mathfrak{B}, \mathfrak{A}_z, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_d$ (2,2,2)(3,3,3) $D_n^b/D_n^b/\!/C_n^V \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{B}^z, \mathfrak{B}\mathfrak{A}_z, \mathfrak{S}_d$ (2,2,2)(3,3,3) $D_n^b/D_n^b/\!/D_n \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{B}^z, \mathfrak{A}_z, \mathfrak{B}\mathfrak{S}_d$ (2,2,2)(3,3,3) $D_n^b/D_n^b/\!/\bar{C}_{2n} \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{B}^z, \mathfrak{B}\mathfrak{A}_z, \mathfrak{B}\mathfrak{S}_d$ (2,2,4)(3,3,6) $D_n^b/D_n/\!/C_n \simeq \mathfrak{B}^2, \mathfrak{B}\mathfrak{A}_z, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_d$ (2,2,2)(3,3,3) $D_n^b/C_n^V/\!/C_n \simeq \mathfrak{B}^2, \mathfrak{M}\mathfrak{A}_z, \mathfrak{B}\mathfrak{S}_d$ (2,2,2)(3,3,3) $D_n^b/\bar{C}_{2m}/\!/C_{2m} \simeq \mathfrak{B}^{zn}, \mathfrak{M}\mathfrak{A}_z, \mathfrak{M}\mathfrak{B}^x\mathfrak{S}_d$ (2,4,4)(3,6,6)(3,6,2) $D_n^b/\bar{C}_{2n}/\!/C_t \simeq \mathfrak{B}^{2n}, \mathfrak{M}\mathfrak{A}_z, \mathfrak{M}\mathfrak{B}^x\mathfrak{S}_d$ (2,4,2)(2,4,1)(3,6,3)(3,6,1)
$D_n^H \simeq \mathfrak{S}_v, \mathfrak{S}'_v, \mathfrak{S}_h$ (2)(3)(4)(6)	$D_n^H/D_n^H \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{S}_v, \mathfrak{S}'_v, \mathfrak{S}_h$ (2,2)(3,3)(4,4)(6,6) $D_n^H/C_n^V \simeq \mathfrak{S}_v, \mathfrak{S}'_v, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_h$ (2,2)(3,3)(4,4)(6,6) $D_n^H/D_n \simeq \mathfrak{M}\mathfrak{S}_v, \mathfrak{M}\mathfrak{S}'_v, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_h$ (2,2)(3,3)(4,4)(6,6) $D_n^H/C_n^H \simeq \mathfrak{M}\mathfrak{S}_v, \mathfrak{M}\mathfrak{S}'_v, \mathfrak{S}_h$ (2,2)(3,3)(4,4)(6,6)	$D_n^H/\!/D_n^H \simeq \mathfrak{B}, \mathfrak{S}_v, \mathfrak{S}'_v, \mathfrak{S}_h$ (2,2)(3,3)(4,4)(6,6) $D_n^H/\!/C_n^V \simeq \mathfrak{B}^z, \mathfrak{S}_v, \mathfrak{S}'_v, \mathfrak{B}\mathfrak{S}_h$ (2,2)(3,3)(4,4)(6,6) $D_n^H/\!/D_n \simeq \mathfrak{B}^z, \mathfrak{B}\mathfrak{S}_v, \mathfrak{B}\mathfrak{S}'_v, \mathfrak{B}\mathfrak{S}_h$ (2,2)(3,3)(4,4)(6,6) $D_n^H/\!/C_n^H \simeq \mathfrak{B}^z, \mathfrak{B}\mathfrak{S}_v, \mathfrak{B}\mathfrak{S}'_v, \mathfrak{S}_h$ (2,2)(3,3)(4,4)(6,6)	$D_n^H/D_n^H/\!/D_n^H \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{M}_z, \mathfrak{S}_v\mathfrak{S}'_v, \mathfrak{S}_h$ (2,2,2)(3,3,3)(4,4,4)(6,6,6) $D_n^H/C_n^H/\!/C_n^V \simeq \mathfrak{B}, \mathfrak{S}_v, \mathfrak{S}'_v, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_h$ (2,2,2)(3,3,3)(4,4,4)(6,6,6) $D_n^H/D_n/\!/D_n \simeq \mathfrak{B}, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_v, \mathfrak{M}\mathfrak{S}'_v, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_h$ (2,2,2)(3,3,3)(4,4,4)(6,6,6) $D_n^H/D_n^H/\!/C_n^H \simeq \mathfrak{B}, \mathfrak{B}^z, \mathfrak{S}_v, \mathfrak{S}'_v, \mathfrak{B}\mathfrak{S}_h$ (2,2,2)(3,3,3)(4,4,4)(6,6,6) $D_n^H/D_n^H/\!/D_n \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{B}^z, \mathfrak{B}\mathfrak{S}_v, \mathfrak{B}\mathfrak{S}'_v, \mathfrak{B}\mathfrak{S}_h$ (2,2,2)(3,3,3)(4,4,4)(6,6,6) $D_n^H/D_n^H/\!/C_n^H \simeq \mathfrak{M}, \mathfrak{B}^z, \mathfrak{B}\mathfrak{S}_v, \mathfrak{B}\mathfrak{S}'_v, \mathfrak{S}_h$ (2,2,2)(3,3,3)(4,4,4)(6,6,6) $D_n^H/C_n^V/\!/C_n^H \simeq \mathfrak{B}^z, \mathfrak{B}\mathfrak{S}_v, \mathfrak{B}\mathfrak{S}'_v, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_h$ (2,2,2)(3,3,3)(4,4,4)(6,6,6)

Die Tabelle unterscheidet sich von der Kolkmeijers in folgenden Punkten:

I. Die folgenden Typen fehlen in Kolkmeijers publizierter Tabelle, obgleich sie durch seine Bezeichnungsweise darstellbar sind.

$$D_n/C_n = \mathfrak{M}\mathfrak{A}_2, \mathfrak{M}\mathfrak{A}'_2$$
$$K/T = \mathfrak{M}\mathfrak{A}_4, \mathfrak{M}\mathfrak{A}'_4$$
$$C_\eta^V/C_n = \mathfrak{M}\mathfrak{S}, \mathfrak{M}\mathfrak{S}'$$

$$C_{2n}^H/C_{2n} = \mathfrak{M}\mathfrak{A}_{2n}, \mathfrak{M}\mathfrak{S}h$$
$$D_n^D/C_{2n} = \mathfrak{M}\mathfrak{A}_2, \mathfrak{M}\mathfrak{S}d$$
$$D_{2n}^{ff}/D_n = \mathfrak{M}\mathfrak{S}v, \mathfrak{M}\mathfrak{S}'v, \mathfrak{M}\mathfrak{S}h$$
$$D_n^H/C_n^{ff} = \mathfrak{M}\mathfrak{S}v, \mathfrak{M}\mathfrak{S}'v, \mathfrak{S}h$$
$$D_{2n}^{ff}/D_n^D = \mathfrak{M}\mathfrak{S}v, \mathfrak{S}v, \mathfrak{M}\mathfrak{S}h$$
$$K^H/T^H = \mathfrak{M}\mathfrak{A}_4, \mathfrak{M}\mathfrak{S}.$$

RAUMGRUPPEN	GRUPPEN MIT $\mathfrak{M}$	GRUPPEN MIT $\mathfrak{P}$	GRUPPEN MIT $\mathfrak{M}$ UND $\mathfrak{P}$
			$D_n^v/D_n/\!/C_n \Rightarrow \mathfrak{P}^x, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_r, \mathfrak{M}\mathfrak{S}'_r, \mathfrak{M}\mathfrak{P}\mathfrak{S}_h$ (2,2,2)(3,3,3)(4,4,4)(6,6,6)
			$D_n^v/C_n^v/\!/C_n^x \Rightarrow \mathfrak{P}^v, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_r, \mathfrak{M}\mathfrak{P}^x\mathfrak{S}'_r, \mathfrak{S}_h$ (2,2,2)(2,2,1)(3,3,3)(3,3,1)(4,4,4)(4,4,2) (4,4,1)(6,6,6)(6,6,3)(6,6,2)(6,6,1)
			$D_n^v/C_n/\!/C_n \Rightarrow \begin{cases} \mathfrak{P}^{x_v}, \mathfrak{M}\mathfrak{P}^x\mathfrak{S}_r, \mathfrak{M}\mathfrak{S}'_r, \mathfrak{P}^v\mathfrak{S}_h \\ \mathfrak{P}^{x_{x_v}}, \mathfrak{M}\mathfrak{P}^{x_x}\mathfrak{S}_r, \mathfrak{M}\mathfrak{S}'_r, \mathfrak{P}^{x_v}\mathfrak{S}_h \end{cases}$ (2,2,2)(3,3,3)(3,3,1)(4,4,4)(6,6,6)(6,6,2)
	$D_{2n}^v/D_n^v \Rightarrow \mathfrak{M}\mathfrak{S}_r, \mathfrak{S}'_r, \mathfrak{S}_h$ (4,2)(6,3) $D_{2n}^x/D_n^x \Rightarrow \mathfrak{M}\mathfrak{S}_r, \mathfrak{S}'_r, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_h$ (4,2)(6,3)	$D_{2n}^v/D_n^v \Rightarrow \mathfrak{P}^x, \mathfrak{P}\mathfrak{S}_r, \mathfrak{S}'_r, \mathfrak{S}_h$ (4,2)(6,3) $D_{2n}^x/D_n^x \Rightarrow \mathfrak{P}^x, \mathfrak{P}\mathfrak{S}_r, \mathfrak{S}'_r, \mathfrak{P}\mathfrak{S}_h$ (4,2)(6,3)	$D_{2n}^v/D_n^v/\!/D_n^v \Rightarrow \mathfrak{P}, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_r, \mathfrak{S}'_r, \mathfrak{S}_h$ (4,2,2)(6,3,3) $D_{2n}^v/D_n^x/\!/D_n^x \Rightarrow \mathfrak{P}, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_r, \mathfrak{S}'_r, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_h$ (4,2,2)(6,3,3) $D_{2n}^x/D_{2n}^v/\!/D_n^v \Rightarrow \mathfrak{M}, \mathfrak{P}^x, \mathfrak{P}\mathfrak{S}_r, \mathfrak{S}'_r, \mathfrak{S}_h$ (4,4,2)(6,6,3) $D_{2n}^x/D_{2n}^v/\!/D_n^x \Rightarrow \mathfrak{M}, \mathfrak{P}^x, \mathfrak{P}\mathfrak{S}_r, \mathfrak{S}'_r, \mathfrak{P}\mathfrak{S}_h$ (4,4,2)(6,6,3) $D_{2n}^v/D_n^x/\!/D_n \Rightarrow \mathfrak{P}^x, \mathfrak{P}\mathfrak{S}_r, \mathfrak{M}\mathfrak{S}'_r, \mathfrak{P}\mathfrak{S}_h$ (4,2,2)(6,3,3) $D_{2n}^v/D_n^x/\!/C_n^v \Rightarrow \mathfrak{P}^x, \mathfrak{P}\mathfrak{S}_r, \mathfrak{M}\mathfrak{S}'_r, \mathfrak{S}_h$ (4,2,2)(6,3,3) $D_{2n}^v/D_n^x/\!/C_n^x \Rightarrow \mathfrak{P}^x, \mathfrak{P}\mathfrak{S}_r, \mathfrak{M}\mathfrak{S}'_r, \mathfrak{S}_h$ (4,2,2)(6,3,3) $D_{2n}^v/D_n^x/\!/D_n \Rightarrow \mathfrak{P}^x, \mathfrak{P}\mathfrak{S}_r, \mathfrak{S}'_r, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_h$ (4,2,2)(6,3,3) $D_{2n}^v/D_n^x/\!/C_n^v \Rightarrow \mathfrak{P}^x, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_r, \mathfrak{S}'_r, \mathfrak{M}\mathfrak{P}\mathfrak{S}_h$ (4,2,2)(6,3,3) $D_{2n}^v/D_n^x/\!/C_{2n}^v \Rightarrow \mathfrak{P}^x, \mathfrak{P}\mathfrak{S}_r, \mathfrak{M}\mathfrak{S}'_r, \mathfrak{M}\mathfrak{P}\mathfrak{S}_h$ (4,2,4)(6,3,6) $D_{2n}^v/D_{2n}/\!/D_n \Rightarrow \mathfrak{P}^x, \mathfrak{M}\mathfrak{P}\mathfrak{S}_r, \mathfrak{M}\mathfrak{S}'_r, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_h$ (4,4,2)(6,6,3) $D_{2n}^v/C_{2n}^v/\!/C_n^v \Rightarrow \mathfrak{P}^x, \mathfrak{P}\mathfrak{S}_r, \mathfrak{S}'_r, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_h$ (2,2,1)(4,4,2)(6,6,3) $D_{2n}^v/C_{2n}^v/\!/C_{2l}^v \Rightarrow \mathfrak{P}^{x_v}, \mathfrak{M}\mathfrak{P}^x\mathfrak{S}_r, \mathfrak{M}\mathfrak{S}'_r, \mathfrak{P}^v\mathfrak{S}_h$ (2,2,2)(4,4,4)(4,4,2)(6,6,6)(6,6,2)
$T^v \Rightarrow \mathfrak{A}_1, \mathfrak{S}_h$	$T^v/T^v \Rightarrow \mathfrak{M}, \mathfrak{A}_1, \mathfrak{S}_h$ $T^v/T \Rightarrow \mathfrak{A}_1, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_h$	$T^v/\!/T^v \Rightarrow \mathfrak{P}, \mathfrak{A}_1, \mathfrak{S}_h$ $T^v/\!/T \Rightarrow \mathfrak{P}^x, \mathfrak{A}_1, \mathfrak{P}\mathfrak{S}_h$ $T^v/\!/D_n^v \Rightarrow \mathfrak{P}^3, \mathfrak{P}^{x_1}\mathfrak{A}_1, \mathfrak{S}_h$ $T^v/\!/D_n \Rightarrow \mathfrak{P}^6, \mathfrak{P}^{x_2}\mathfrak{A}_1, \mathfrak{P}^x\mathfrak{S}_h$	$T^v/T^v/\!/T^v \Rightarrow \mathfrak{M}, \mathfrak{M}\mathfrak{A}_1, \mathfrak{A}_1, \mathfrak{S}_h$ $T^v/T/\!/T \Rightarrow \mathfrak{P}, \mathfrak{A}_1, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_h$ $T^v/T^v/\!/T \Rightarrow \mathfrak{M}, \mathfrak{P}^x, \mathfrak{A}_1, \mathfrak{P}\mathfrak{S}_h$ $T^v/T/\!/D_n \Rightarrow \mathfrak{P}^3, \mathfrak{P}^{x_1}\mathfrak{A}_1, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_h$
$T^x \Rightarrow \mathfrak{A}_{31}\mathfrak{S}_d$	$T^x/T^x \Rightarrow \mathfrak{M}, \mathfrak{A}_1, \mathfrak{S}_d$ $T^x/T \Rightarrow \mathfrak{A}_1, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_d$	$T^x/\!/T^x \Rightarrow \mathfrak{P}, \mathfrak{A}_1, \mathfrak{S}_d$ $T^x/\!/T \Rightarrow \mathfrak{P}^2, \mathfrak{A}_1, \mathfrak{P}\mathfrak{S}_d$	$T^x/T^x/\!/T^x \Rightarrow \mathfrak{M}, \mathfrak{M}\mathfrak{A}_1, \mathfrak{A}_1, \mathfrak{S}_d$ $T^x/T/\!/T \Rightarrow \mathfrak{P}, \mathfrak{A}_1, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_d$ $T^x/T^x/\!/T \Rightarrow \mathfrak{M}, \mathfrak{P}^2, \mathfrak{A}_1, \mathfrak{P}\mathfrak{S}_d$ $T^x/T/\!/D_2 \Rightarrow \mathfrak{P}^3, \mathfrak{P}^{x_1}\mathfrak{A}_3, \mathfrak{M}\mathfrak{S}_d$
$K^v \Rightarrow \mathfrak{A}_4, \mathfrak{S}$	$K^v/K^v \Rightarrow \mathfrak{M}, \mathfrak{A}_4, \mathfrak{S}$ $K^v/K \Rightarrow \mathfrak{A}_4, \mathfrak{M}\mathfrak{S}$ $K^v/T^x \Rightarrow \mathfrak{M}\mathfrak{A}_4, \mathfrak{S}$ $K^v/T^v \Rightarrow \mathfrak{M}\mathfrak{A}_4, \mathfrak{M}\mathfrak{S}$	$K^v/\!/K^v \Rightarrow \mathfrak{P}, \mathfrak{A}_4, \mathfrak{S}$ $K^v/\!/K \Rightarrow \mathfrak{P}^x, \mathfrak{A}_4, \mathfrak{P}\mathfrak{S}$ $K^v/\!/T^x \Rightarrow \mathfrak{P}^x, \mathfrak{P}\mathfrak{A}_4, \mathfrak{S}$ $K^v/\!/T^v \Rightarrow \mathfrak{P}^x, \mathfrak{P}\mathfrak{A}_4, \mathfrak{P}\mathfrak{S}$	$K^v/K^v/\!/K^v \Rightarrow \mathfrak{M}, \mathfrak{M}\mathfrak{A}_1, \mathfrak{A}_4, \mathfrak{S}$ $K^v/K/\!/K \Rightarrow \mathfrak{P}, \mathfrak{A}_4, \mathfrak{M}\mathfrak{S}$ $K^v/T^x/\!/T^x \Rightarrow \mathfrak{P}, \mathfrak{M}\mathfrak{A}_4, \mathfrak{S}$ $K^v/K^v/\!/K \Rightarrow \mathfrak{M}, \mathfrak{P}^x, \mathfrak{A}_4, \mathfrak{P}\mathfrak{S}$ $K^v/K^v/\!/T^x \Rightarrow \mathfrak{M}, \mathfrak{P}^x, \mathfrak{P}\mathfrak{A}_4, \mathfrak{S}$ $K^v/K^v/\!/T^v \Rightarrow \mathfrak{M}, \mathfrak{P}^x, \mathfrak{P}\mathfrak{A}_4, \mathfrak{P}\mathfrak{S}$ $K^v/K/\!/T \Rightarrow \mathfrak{P}^x, \mathfrak{P}\mathfrak{A}_4, \mathfrak{M}\mathfrak{S}$ $K^v/T^x/\!/T \Rightarrow \mathfrak{P}^x, \mathfrak{M}\mathfrak{A}_4, \mathfrak{P}\mathfrak{S}$ $K^v/T^v/\!/T^v \Rightarrow$ $K^v/T^v/\!/T \Rightarrow$ $K^v/T^v/\!/D_2^x \Rightarrow$ $K^v/T^v/\!/D_2 \Rightarrow$ $\Big\}\ \mathfrak{P}^6, \mathfrak{M}\mathfrak{A}_4, \mathfrak{M}\mathfrak{P}^x\mathfrak{S}$
$P^x \Rightarrow \mathfrak{A}_5, \mathfrak{S}$	$P^x/P^x \Rightarrow \mathfrak{M}, \mathfrak{A}_5, \mathfrak{S}$ $P^x/P \Rightarrow \mathfrak{A}_5, \mathfrak{M}\mathfrak{S}$	$P^x/\!/P^x \Rightarrow \mathfrak{P}, \mathfrak{A}_5, \mathfrak{S}$ $P^x/\!/P \Rightarrow \mathfrak{P}^x, \mathfrak{A}_5, \mathfrak{P}\mathfrak{S}$	$P^x/P^x/\!/P^x \Rightarrow \mathfrak{M}, \mathfrak{M}\mathfrak{A}_5, \mathfrak{A}_5, \mathfrak{S}$ $P^x/P/\!/P \Rightarrow \mathfrak{M}, \mathfrak{P}^x, \mathfrak{A}_5, \mathfrak{P}\mathfrak{S}$ $P^x/P/\!/P \Rightarrow \mathfrak{P}, \mathfrak{A}_5, \mathfrak{M}\mathfrak{S}$

II. Die Typen $C_{2u}/\!/C_{2m}$ und $C_{2u}/\!/C_l$ entsprechen zusammen dem Kolkmeijerschen Typus $\mathfrak{P}^{2u}$, $\mathfrak{P}^k\,\overline{\mathfrak{A}}_{2u}$; in gleicher Weise entsprechen die Typen $D_u^D/C_{2u}/\!/C_{2m}$ und $D_u^D/C_{2u}/\!/C_l$ zusammen dem Kolkmeijerschen Typus $\mathfrak{P}^{2u}$, $\mathfrak{M}\mathfrak{A}_2$, $\mathfrak{M}\mathfrak{P}^k \in \boldsymbol{d}$.

III. Der Typus $C_u^H/\!/C_m$ stellt sowohl die Gesamtheit der Kolkmeijerschen Typen $\mathfrak{P}^{4u+2}$, $\mathfrak{P}^{2k}\mathfrak{A}_{2u+1}$, $\mathfrak{P}^{2u+1} \in h$ und $\mathfrak{P}^2$, $\mathfrak{A}_u$, $\mathfrak{P} \in h$ als auch einen Teil seines Typus $\mathfrak{P}^{2u}$, $\mathfrak{P}^k\,\mathfrak{A}_{2u}$, $\mathfrak{P}^{u'} \in h$ dar; der Typus $C_{2u}^H/\!/C_2^l$ entspricht dem Rest seines Typus $\mathfrak{P}^{2u}$, $\mathfrak{P}^k\,\mathfrak{A}_{2u}$, $\mathfrak{P}^u \in h$. Auf gleiche Weise stellt der Typus $D_u^H/C_u^H/\!/C_m$ sowohl die Gesamtheit des Kolkmeijerschen Typus $\mathfrak{P}^{4u+2}$,

$\mathfrak{M}\mathfrak{P}^{2k}\mathfrak{S}v$, $\mathfrak{M}\mathfrak{S}'v$, $\mathfrak{P}^{2n+1}\mathfrak{S}h$ als auch einen Teil seines Typus $\mathfrak{P}^{2n}$, $\mathfrak{M}\mathfrak{P}^{k}\mathfrak{S}v$, $\mathfrak{M}\mathfrak{S}'v$, $\mathfrak{P}^{n}\mathfrak{S}h$ dar; der Typus $D^{H}_{2n}/C^{H}_{2n}//C_2 I$ entspricht dem Rest seines Typus $\mathfrak{P}^{2n}$, $\mathfrak{M}\mathfrak{P}^{k}\mathfrak{S}v$, $\mathfrak{M}\mathfrak{S}'v$, $\mathfrak{P}^{n}\mathfrak{S}h$.

IV. Die Gruppen $K^H/T^H//T^H$, $K^H/T^H//T$, $K^H/T^H//D^H_2$ und $K^H/T^H//D_2$ zusammengenommen entsprechen dem Kolkmeijerschen Typus $\mathfrak{P}^6$, $\mathfrak{M}_4$, $\mathfrak{M}\mathfrak{P}^{k}\mathfrak{S}$.

Tabelle I.

	Raum-Typen	Typen mit $\mathfrak{M}$	Typen mit $\mathfrak{P}$	Typen m. $\mathfrak{M}$ u. $\mathfrak{P}$	Summe
C_n	1	2	1	3	7
D_n	1	3	3	6	13
T	1	1	2	1	5
K	1	2	2	4	9
P	1	1	1	1	4
C_{2n}	1	2	2	3	8
C^D_n	1	3	3	6	13
C^H_n	1	4	3	9	17
D^D_n	1	4	4	10	19
D^H_n	1	6	6	23	36
T^H	1	2	4	4	11
T^D	1	2	2	4	9
K^H	1	4	4	12	21
P'	1	2	2	3	8
Summe	14	38	39	89	180

Tabelle II.

	Raum-Gruppen	Gruppen mit $\mathfrak{M}$	Gruppen mit $\mathfrak{P}$	Gruppen m. $\mathfrak{M}$ u. $\mathfrak{P}$	Summe
C_n	5	8	12	11	36
D_n	4	10	10	25	49
T	1	1	2	1	5
K	1	2	2	4	9
C_{2n}	3	6	9	9	27
C^D_n	4	11	11	28	54
C^H_n	5	16	24	40	85
D^D_n	2	8	8	23	41
D^H_n	4	20	20	79	123
T^H	1	2	4	4	11
T^D	1	2	2	4	9
K^H	1	4	4	12	21
Summe	32	90	108	240	470

Fassen wir diese Abweichungen zusammen, so ergibt sich, daß 13 Typen zu den 167 von Kolkmeijer angegebenen hinzukommen. Das macht zusammen 180 Typen, welche in der Tabelle I registriert sind. Von diesen 180 Typen fallen 12 von P und P' abgeleitete fort, sobald man die durch die Kristallographie gebotene Einschränkung macht. Die überbleibenden 168 Typen liefern 470 Beispiele, welche den kristallographischen Gesetzen genügen. Sie sind in der Tabelle II registriert. Es ist bemerkenswert, daß die Summe der Beispiele in den ersten drei Spalten dieser Tabelle 230 ist, die Anzahl der Gruppen von Schönflies. Das ist wahrscheinlich kein bloßer Zufall.

University of Chicago.

(Eingegangen 1. März 1927.)

Ein Demonstrationsmodell zur Veranschaulichung des Laue-Effektes.

Von Gerhard B. Hagen.

Es wird im folgenden ein Modell beschrieben, das die bei der Interferenz von Röntgenstrahlen am Kristall herrschende Symmetrie des Beugungsbildes anschaulich machen soll.

Durchsetzen Röntgenstrahlen das Raumgitter eines Kristalles, so lassen sich aus der geometrischen Anordnung der durch Interferenz verstärkten Strahlen Schlüsse auf die Struktur des verwendeten Kristalles ziehen. Läuft das primäre Strahlenbündel in Richtung einer vierzähligen Symmetrieachse durch den Kristall, so läßt schon auf den ersten Blick das Laue-Bild die vierzählige Symmetrieachse erkennen. Man findet aber in der Anordnung der Laue-Punkte zueinander noch eine feinere Regelmäßigkeit wiederkehren; sie ist derart, daß sich durch bestimmte Punkte Kreise legen lassen, die in jedem Falle durch den Durchstoßungspunkt des Primärstrahles gehen, und deren Mittelpunkte auf den Symmetrieachsen des Laue-Diagrammes liegen. Für die Bezifferung des Laue-Bildes und die daranschließende Ermittelung der Struktur des Kristalles ist das Aufsuchen dieser Kreise, der sog. Zonenkreise notwendig.

Die Interferenz am Raumgitter läßt sich nach Bragg auffassen als eine in der Wellenlänge selektive Reflexion der Strahlen an bestimmten Netzebenen des Kristalles. Es läßt sich nun analytisch leicht zeigen, daß solche Interferenzpunkte des Diagrammes, welche zu-

sammen einen Zonenkreis bilden, von Strahlen hervorgerufen werden, die zuvor an Netzebenen eines Zonenverbandes im Kristalle reflektiert worden sind. Man kann aus der Zahl der reflexionsfähigen Netzebenen im Kristall jeweils mehrere zu einer kristallographischen Zone zusammenfassen. Geometrisch zeichnen sich die

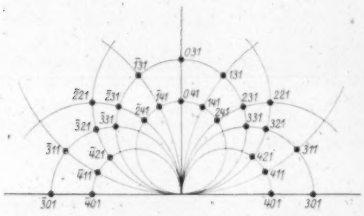


Fig. 1.

Schema eines Laue-Diagramms von Sylvin längs einer vierzähligen Achse; die untere Hälfte des Diagramms ist fortgelassen.

Ebenen eines Zonenverbandes dadurch aus, daß ihnen allen eine Gradenrichtung, die der Zonenachse gemeinsam ist. Durch Drehen um diese Zonenachse nimmt eine Ebene nacheinander die Richtungen sämtlicher übrigen Netzebenen der Zone an. Kristallographisch zeichnen sich die Ebenen einer Zone vor den nicht zugehörigen

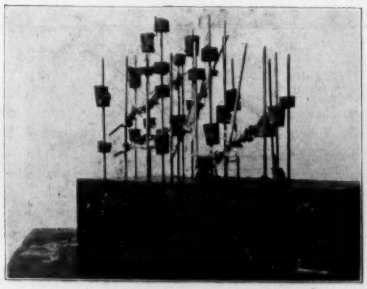


Fig. 2. Ansicht des Modells.

dadurch aus, daß zwei ihrer Millerschen Indizes konstant sind, während nur der dritte variabel ist.

Es läßt sich nun zeigen, daß Strahlen, welche an Ebenen eines Zonenverbandes reflektiert werden, räumlich auf einem Kegelmantel liegen, dessen Spitze im Kristall zu denken ist, dessen Achse die Zonenachse bildet; längs des Kegelmantels verläuft auch der nicht abgelenkte Primärstrahl. Die Durchstoßungspunkte der Strahlen mit der Plattenebene liegen dann, wie bereits erwähnt, auf Kreisen, strenger genommen auf Ellipsen.

Das angegebene Modell ist den Verhältnissen angepaßt, wie sie bei Beugung an einem Sylvin-Kristall vorliegen. Sylvin repräsentiert in weitgehendstem Maße ein kubisches Gitter; das

Fig. 3.

Projektionsbild mit eingezeichneten Zonenkreisen.

Schema eines Laue-Diagrammes an Sylvin gibt Fig. 1 wieder.

Das Modell hat etwa 20 : 20 cm Größe; 5 Zonen gelangen, wenn man nur die Reflexion des halben Interferenzbildes ins Auge faßt, zur Wirkung. Um die entsprechend geneigten Achsen sind die betreffenden reflektierenden Netzebenen des Zonenverbandes in Gestalt von kleinen Glasplatten angeordnet. Mit schwach

Fig. 4. Projektionsbild mit eingezeichneten Zonenkreisen bei Abdeckung der 31 Zone.

divergierendem Licht einer Projektionslampe beleuchtet, werden auf der Projektionsfläche Reflexe beobachtet, deren geometrische Anordnung denen eines Laue-Diagramms entspricht.

Schaltet man durch Beschatten mittels eines Pappschirmes die eine oder die andere Kristallzone von der Reflexion aus, so vermißt man auf dem Reflexionsbild die Flecken, welche zusammen den betreffenden Zonenkreis bilden (Fig. 4 u. 5).

Stellt man das Modell nicht genau justiert in den Strahlengang, so beobachtet man, wie in der Wirklichkeit, eine etwas gestörte Symmetrie, indem zwar die Zusammengehörigkeit der einzelnen Reflexionspunkte zu ihren Zonenkreisen noch erkennbar bleibt, wenn auch die Äqui-

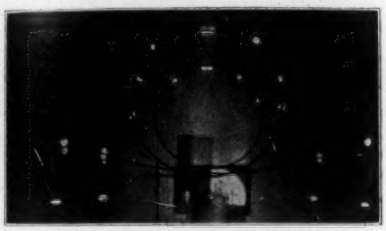


Fig. 5.
Projektionsbild mit eingezeichneten Zonenkreisen bei Abdeckung der 21 Zone.

distanz der einzelnen Punkte entsprechender Symmetriehälften des Bildes verloren geht.

Den geometrischen Verhältnissen bei der Beugung der Röntgenstrahlen kann man auf diese Weise gerecht werden; zu vermissen ist naturgemäß das Analogon des selektiven Reflexionscharakters. Durch Anwendung von Lippmann-Platten als reflektierende Netzebenen wäre man wohl imstande, auch in diesem Punkte eine getreue Nachahmung der Interferenz am Raumgitter zu erreichen.

Cleveland (Ohio), 23. Februar 1927.

(Eingegangen 7. Mai 1927.)

Dielektrizitätskonstante des dampfförmigen Äthyläthers und Äthylalkohols.

Von R. Sänger.

Letztes Jahr habe ich in einer Notiz (1) die Berechnung des dielektrischen Momentes μ eines Moleküls aus dem elektrischen Verhalten einer Substanz eingehender Kritik unterzogen; ich habe zu zeigen versucht, daß es unzulässig ist, die Größe des Momentes aus dem Temperaturgang der Dielektrizitätskonstante einer Flüssigkeit berechnen zu wollen. Dies liegt hauptsächlich in der Unsicherheit über den Faktor ν des inneren Feldes, aber auch in der Vernachlässigung der Assoziation in der Debyeschen Formel für das Temperaturverhalten der Dielektrizitätskonstante

$$\frac{\varepsilon - 1}{\nu(\varepsilon - 1) + 4\pi} = N\left(\gamma + \frac{1}{3}\frac{\mu^2}{kT}\right). \qquad [1]$$

(N = Anzahl der Moleküle pro cm³). Die Verhältnisse habe ich in der erwähnten Notiz speziell an flüssigem Benzol, Äthyläther und Äthylalkohol erläutert.

Bei Gasen und Dämpfen können wir $\nu(\varepsilon - 1)$ gegenüber 4π vernachlässigen, wodurch dann [1] übergeht in die Form

$$\varepsilon - 1 = 4\pi N\left(\gamma + \frac{1}{3}\frac{\mu^2}{kT}\right); \qquad [2]$$

die Konstante ν spielt hier keine Rolle mehr. Die Dielektrizitätskonstante müßte daher bei konstanter Dichte das lineare Gesetz erfüllen

$$\varepsilon - 1 = A + B \cdot \frac{1}{T}. \qquad [2']$$

Dies ist auch im Prinzip bestätigt worden. Sollte indessen das Experiment eine Abweichung von diesem Gesetze ergeben, so werden wir sie assoziativer Ursache zuschreiben, wobei wir erwarten müssen, daß sich die Assoziation durch eine stärkere Zunahme der Dielektrizitätskonstante gegen den Verflüssigungspunkt hin äußern wird.

Im Zusammenhang mit einer früheren Bemerkung (2) soll erwähnt werden, daß der Faktor $\frac{1}{3}$ im Temperaturgesetz [2] der Dielektrizitätskonstante nun als vollständig gesichert erscheint. So sind letzthin weitere Arbeiten von Manneback (3) und de Kronig (4) erschienen, worin beide zeigen, Manneback an Hand der Wellenmechanik, de Kronig nach der neuen Quantentheorie, daß für polyatomige Dipolgase mit symmetrischen Molekülen bei höherer Temperatur ebenfalls $\frac{1}{3}$ resultiert. Kürzlich hat Van Vleck (5) in allgemeiner Weise zeigen können, daß in der neuen Quantentheorie immer der Faktor $\frac{1}{3}$ erscheint.

Die Konstante A ist das optische Glied der Debyeschen Beziehung und müßte sich, abgesehen von den ultraroten Eigenschwingungen, decken mit $(n^2 - 1)\lambda = \infty$, dem Quadrate des auf Wellenlänge ∞ extrapolierten Brechungsexponenten minus 1. Wie wir aber sehen, können recht beträchtliche Differenzen zwischen A und $n^2 - 1$ auftreten, woraus sich ergibt, daß der ultrarote Beitrag einen nicht zu unterschätzenden Wert erreichen kann.

Wir haben letzten Winter Messungen der Temperaturempfindlichkeit der Dielektrizitätskonstanten von dampfförmigem Äthyläther und

Äthylalkohol[1]) ausgeführt. Über Äthylalkohol liegen zwar bereits Messungen von Baedeker (6) vor, doch nur für kleinen Temperaturbereich und bei konstantem Druck.

Wir benutzten die gleiche Apparatur wie für die Messungen an CH_4, CH_3Cl, CH_2Cl_2, $CHCl_3$, CCl_4 (2); nur wurde in anderer Weise vorgegangen. Zuerst ermittelten wir den Temperaturgang des Druckes für konstante Dichte. Für die tiefste Temperatur — wenig über dem Siedepunkt der untersuchten Substanz — wählten wir ungefähr Atmosphärendruck. Dann haben wir einzeln die Dielektrizitätskonstante bei den verschiedenen Temperaturen und den ermittelten zugehörigen Drucken gemessen. Auf diese Weise ist es möglich, vor und nach der Dampffüllung des Gaskessels die Nullage für die Kapazitätsmessung (Gaskessel mit Stickstoff-Füllung) zu prüfen und die Kapazitätsveränderung durch die Dampffüllung viel zuverlässiger zu bestimmen. Dies dürfte im Gegensatz zu den früheren Messungen auch einen exakten Vergleich zulassen zwischen der Konstante A und dem Quadrate des Brechungsexponenten, womit dann der ultrarote Beitrag des genaueren festgelegt wird.

Es soll an dieser Stelle erwähnt werden, daß gegenwärtig eine neue Apparatur gebaut wird, in der Absicht, die Messungen noch umfangreicher vorzunehmen. Dabei werden wir auch versuchen, eine wesentlich größere Meßgenauigkeit zu erreichen und das Temperaturgebiet nach oben zu erweitern. Wir beabsichtigen zunächst Messungen an Wasserdampf auszuführen und dann auch die früheren Untersuchungen zu überprüfen.

In Tabelle III steht in erster Kolonne die absolute Temperatur; dann folgt das Tausendfache des reziproken Wertes derselben und in der dritten Kolonne die ermittelten Werte der Dielektrizitätskonstante in der Darstellung $(\varepsilon - 1) \cdot 10^5$. Für Äther ist die Dielektrizitätskonstante bei jeder Temperatur gewöhnlich 2 mal, für Alkohol 3 mal gemessen worden. Den Tabellen ist unten der Füllungsdruck für die tiefste Temperatur zugefügt. Zur Berechnung des elektrischen Momentes des Moleküls aus der Konstante B ist die Molekülzahl N erforderlich; sie kann hier nach dem allgemeinen Gasgesetz berechnet werden. Um die beste Voraussetzung für das Gasgesetz zu haben, wird für die Ermittlung der Dichte der zu einer höheren Temperatur gehörige Druck gewählt. Für Äther und Alkohol benutzen wir beide Male den zur Temperatur 393° gehörigen Druck. Dieser ist unten in den Tabellen ebenfalls angeführt.

[1]) Wasserfreier Äther und Alkohol ist uns in zuvorkommender Weise von Prof. Henry, Direktor des Phys. Chem. Institutes der Universität Zürich zur Verfügung gestellt worden; sein Assistent, Dr. Teves, machte die nötigen Destillationen.

Tabelle I.

Äthyläther. S.P. = 307,5.

T	$\frac{10^3}{T}$	$(\varepsilon - 1) \cdot 10^5$
315,6	$3{,}168_6$	580.4
315,6	$3{,}168_6$	585,6
315,6	$3{,}168_6$	577.7
354.7	$2{,}819_3$	557.9
354.7	$2{,}819_3$	563.9
393	$2{,}544_5$	535.7
433	$2{,}309_2$	519,2
433	$2{,}309_2$	522,3

$p_{315,6} = 73.16$ cm $p_{393} = 96{,}08$ cm

Tabelle II.

Äthylalkohol. S.P. = 351,3.

T	$\frac{10^3}{T}$	$(\varepsilon - 1) \cdot 10^5$
361.4	$2{,}767_0$	567.6
361.4	$2{,}767_0$	569,8
361.4	$2{,}767_0$	561.3
377.5	$2{,}649_0$	545.5
377.5	$2{,}649_0$	548.3
377.5	$2{,}649_0$	547.0
393	$2{,}544_5$	532.0
393	$2{,}544_5$	529.1
393	$2{,}544_5$	527.7
433	$2{,}309_2$	515.2
433	$2{,}309_2$	510,1
433	$2{,}309_2$	513,0
453	$2{,}207_5$	505,1

$p_{361.4} = 69.37$ cm $p_{393} = 77{,}63$ cm

In Fig. 1 und 2 sind die Messungen graphisch dargestellt. Für Äther ergibt sich ohne weiteres

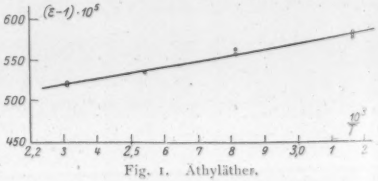


Fig. 1. Äthyläther.

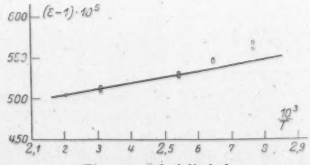


Fig. 2. Äthylalkohol.

der lineare Verlauf. Für Alkohol zeigt die Dielektrizitätskonstante gegen den Verflüssigungs-

punkt hin einen wesentlich stärkeren Anstieg; wir dürfen höchstens von der Temperatur 393° an aufwärts den Verlauf als linear ansprechen. In diesem Sinne verwenden wir zur Bestimmung der Konstanten A und B bei Äther die Werte aller Temperaturen, bei Alkohol nur diejenigen höherer Temperatur. In den beiden Figuren entsprechen die ausgezogenen Geraden den nach der Methode der kleinsten Quadrate ermittelten Konstanten A und B. Diese sind in der Tabelle III in der 2. und 3. Kolonne wiedergegeben. Der mittlere quadratische Fehler von $(\varepsilon - 1) \cdot 10^5$ figuriert in der 4. Kolonne.

In der 5. Kolonne der Tabelle III steht die Molekülzahl N pro cm³, und endlich in der 6. Kolonne das Quadrat des auf Wellenlänge ∞ extrapolierten (Darstellung mit einer ultravioletten Eigenfrequenz) und auf gleiche Bedingungen umgerechneten Brechungsexponenten abzüglich 1. Der Brechungsexponent ist den Messungen von Lorenz (7) entnommen.

Tabelle III.

	A	B	$f(\varepsilon-1)\cdot 10^5$	N	$(n^2-1)_{\lambda=\infty}$
Äthyläther	$0{,}00357_1$	$0{,}710_5$	3·5	$2{,}37_3 \cdot 10^{19}$	$0{,}00149_2$
Äthylalkohol	$0{,}00340_9$	$0{,}721_8$	2,0	$1{,}91_7 \cdot 10^{19}$	$0{,}00211_6$

Für die aus der Konstante B berechneten elektrischen Momente der Moleküle erhalten wir:

$$\text{Äthyläther} \quad \mu = 0{,}9_9 \cdot 10^{-18},$$
$$\text{Äthylalkohol} \quad \mu = 1{,}1_1 \cdot 10^{-18}.$$

Was die Tabelle III deutlich zeigt, sind die großen Differenzen von A und $(n^2-1)_{\lambda=\infty}$, womit sich, wie schon erwähnt, herausstellt, daß für größere Moleküle, wie Äther und Alkohol, der ultrarote Beitrag nicht mehr vernachlässigt werden darf[1]). Und wie auch zu erwarten ist, ist dieser Beitrag für Äther größer als für Alkohol.

Demnach ist es auch unzulässig, die Größe des elektrischen Momentes aus Messungen an verdünnten Lösungen berechnen zu wollen, wenn einzig allein die Konzentrationsabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante bekannt ist, indem der Dipolbeitrag B für die gelöste Flüssigkeit nur durch Subtraktion des optischen Gliedes A (in diesem Fall gleich n^2-1 gesetzt) von der gesamten Anfangspolarisation gefunden wird; vielmehr wäre auch die Temperaturabhängigkeit miteinzubeziehen. So läßt sich auch ohne weiteres die Divergenz gegenüber dem von L. Lange (8) gefundenen Werte $1{,}22 \cdot 10^{-18}$ des elektrischen Momentes des Äthyläther-Moleküls erklären. Dasselbe gilt im wesentlichen auch für den im Artikel von P. Debye (Handbuch d. Radiologie Bd. VI) veröffentlichten Wert $1{,}64 \cdot 10^{-18}$ des elektrischen Momentes des Alkoholmoleküls[2]).

Wollte man sich noch die Frage vorlegen, warum nur bei Alkohol die erwähnten Abweichungen vom Debyeschen Gesetze für die Temperaturempfindlichkeit der Dielektrizitätskonstante auftreten, so läßt sich vielleicht die Vermutung aussprechen, daß diese Abweichungen, die wir assoziativer Ursache zuschieben, zusammenhängen mit der Größe des elektrischen Momentes im Vergleich zur Größe des Moleküls (Assoziation nicht im chemischen Sinne, sondern auf Grund gegenseitiger elektrischer Beeinflussung der Moleküle). In diesem Sinne ließe sich dann erklären, warum für Äther keine Abweichungen auftreten, wohl aber für Alkohol, indem bei Äther das elektrische Moment im Vergleich zur Größe des Moleküls wesentlich kleiner ist als bei Alkohol. Dies wird noch einer eingehenderen Betrachtung bedürfen; doch müssen die neuen Messungen abgewartet werden.

1) Versucht man die Differenz von A und n^2-1 für die Halogenwasserstoffe zu bestimmen, indem man die Messungen von C. T. Zahn (Phys. Rev. **24**, 400. 1924) zugrunde legt, so ergeben sich wesentlich kleinere ultrarote Beiträge. Doch läßt sich die Sache nicht genauer verfolgen, da die absoluten Beträge bereits sehr klein sind, und die experimentelle Genauigkeit eine Differenzbildung $A-(n^2-1)$ kaum mehr zuläßt.

2) L. Lange gibt für Propyl- und Butylalkohol die Werte 1,53 und $1{,}65 \cdot 10^{-18}$. Demgegenüber erscheint der Wert $1{,}64 \cdot 10^{-18}$ für Äthylalkohol an sich schon zu groß, was vielleicht damit zusammenhängt, daß die Daten älterer Messungen benutzt werden mußten. Doch könnte der Verlauf der von Lange angegebenen Werte wegen der Vernachlässigung des ultraroten Beitrages vorgetäuscht sein. Demnächst erscheint eine Arbeit von C. P. Smyth über verdünnte Lösungen, worin sich sehr schön das $\frac{1}{T}$ Gesetz für die Temperaturabhängigkeit der Anfangspolarisation ergibt.

Literaturverzeichnis.

1) R. Sänger, Physik. Zeitschr. **27**, 165. 1926.
2) —, Physik. Zeitschr. **27**, 556, 1926.
3) C. Manneback, Physik. Zeitschr. **28**, 72. 1927.
4) R. de Kronig, Proc. Nat. Acad. **12**, 608. 1926.
5) J. H. Van Vleck, Bull. Am. Phys. Soc. **2**, 15, 1927.
6) K. Baedeker, Zeitschr. f. phys. Chem. **36**, 305. 1901.
7) L. Lorenz, Wied. Ann. **11**, 70. 1880.
8) Luise Lange, Zeitschr. f. Phys. **33**, 169, 1925.

Zürich, Physikalisches Institut der Eidgen. Techn. Hochschule, 6. Mai 1927.

(Eingegangen 12. Mai 1927.)

BESPRECHUNGEN.

E. Jochmann, O. Hermes und P. Spies, Grundriß der Experimentalphysik. 20. Auflage. Im Sinne der neuen Lehrplan-Richtlinien bearbeitet von Dr. A. Klaus. Gr.-8°. XVI und 395 S. Mit 504 Fig. im Text, 2 meteorologischen und einer Spektral-Tafel. Berlin, Winckelmann & Söhne, 1927. Geh. M. 6.—, geb. M. 7.—.

Das bekannte Schulbuch, das auch zum Selbstunterricht bestimmt ist, soll nach der Absicht des Bearbeiters das Weltbild mehr als früher durch Erarbeiten der großen Zusammenhänge im Lernenden selbst entstehen lassen, und zwar bis an die Schwelle der Philosophie; andererseits soll auch die praktische Auswirkung wissenschaftlicher Forschungsarbeit in der Technik erschlossen werden. Die Beherrschung der physikalischen Gesetze im einzelnen tritt dagegen zurück; der Gebrauch eines besonderen Übungsbuches wird vorausgesetzt und nur zahlreiche Denkübungen werden verlangt. Die Wärmelehre ist an den Schluß gestellt, sonst die übliche Stoffolge beibehalten. Der Stoff soll für mehrere Unterrichtsstufen benutzt werden, der Stoff für die Unterstufe ist durch Randstrich hervorgehoben. Das Register enthält Fremdworterklärungen. Der Text ist nicht ausgesprochen schulmäßig und dürfte stellenweise erst einem Studierenden ganz verständlich sein, z. B. der Satz über die Kometen S. 68 „deren Bahnen sehr große Ellipsen sind, soweit unsere Fernrohre reichen, aber parabolischen Charakter haben" oder die Denkaufgabe S. 11 über die mit effet gespielte Billardkugel; das Kunstwort wird nicht erklärt. Der physikalische Inhalt ist sehr reichhaltig; obgleich die neueste Entwicklung der Physik nicht gelehrt werden soll, wird sie doch an all den Stellen, an welchen sie anknüpft, berührt, und zwar gehören diese Mitteilungen nach Ansicht des Ber. zu den bestgelungenen Teilen des Textes; der nötige Raum ist aber dadurch gewonnen, daß anderes einigermaßen kompendienartig verdichtet ist. Man hat öfters den Eindruck, daß die beabsichtigte Aufarbeitung wegen des Raummangels unvollständig blieb; so z. B. bei der gleicharmigen Wage (S. 38), wo eine langarmige abgebildet und die Möglichkeit, aber nicht die Tatsache ihrer Unterlegenheit gegen die kurzarmige mitgeteilt ist, oder in der Magnetometrie, wo die Eigenschaften sehr gestreckter Stäbe zwar teilweise erwähnt, aber nicht ausgenutzt sind (der Bereich freien Magnetismus kann bei ihnen so kurz gemacht werden, daß die unpraktische, nur didaktisch zu rechtfertigende Schwerpunktsdefinition der Pole überflüssig wird; andererseits ist ihr Feld nicht bloß in großer, sondern auch in mäßiger Entfernung als Dipolfeld darstellbar. Jedoch ist nach Kaufmann hierfür glasharter Stahldraht nötig.) Ungleich ist auch die Aufarbeitung des Zahlmaterials: neben einer 12-ziffrigen Meterdefinition (S. 4), welche das Meter bis auf Bruchteile des Atomdurchmessers festlegen würde, finden sich die Besselschen Erdsphäroidzahlen (S. 62). In den Anwendungen vermißte Ber. S. 26 eine Mitteilung über Schraubensysteme; S. 39 die Tafelwage nach Béranger, eines der bekanntesten Alltagsgeräte; S. 140 den 45°-Winkelspiegel der Feldmessung. Die Treibhausfrage S. 195 ist sachlich zu beanstanden; nach Woods Versuchen beruht die Wirkung fast nur auf Verhinderung der Konvektion (Abkühlung durch Wind). Die Gleichheit des Potentials auf verschiedenen Konduktorpunkten (S. 199) wird besser mit 2 gleichen Elektrometern gezeigt, deren eines an einem, das andre an wechselnden andern Punkten liegt. 2 gleiche Elektrometer ergeben auf S. 200 eine leichtverständliche relative Eichung (nach Saussure, durch fortgesetzte Halbierung). S. 202 Ziff. 6 sollte, zumal in einem Berliner Buch, Aepinus genannt sein; beste Anordnung ist wohl die von Fischer, wieder mit 2 gleichen Elektrometern. — In einem Anhang ist eine sehr reichhaltige geschichtliche Tafel beigegeben. Die typographische Ausstattung ist gut; einige Druckverb. wurden dem Verf. übermittelt.

Hermann.

J. Franck und P. Jordan, Anregung von Quantensprüngen durch Stöße. (Sammlung: Struktur der Materie Bd. III.) Gr.-8°. 312 S. mit 51 Abb. Berlin. J. Springer. 1926. Geh. M. 19.50, in Lwd. M. 21.—.

Die Verff. behandeln die Erscheinungen, die beim Zusammenstoß langsamer Elektronen mit Atomen oder Molekülen auftreten. Im einleitenden Kap. I „Kinetik langsamer Elektronen in Gasen und Dämpfen" legen sie die Probleme der freien Weglänge, des Wirkungsquerschnittes und der Elektronendiffusion in Gasen dar. Kap. II „Methoden zur Bestimmung kritischer Potentiale durch Elektronenstoß". Kap. III „Kritische Potentiale und Spektralterme von Atomen". Die zweite Hälfte des Buches enthält neben dem Kap. VII „Kritische Potentiale von Molekülen" die Fragen über Ausbeute an Quantensprüngen bei Elektronenstößen, über den Umsatz von Anregungsenergie und über die Verknüpfung von Quantensprüngen mit chemischen Reaktionen.

Die Verff. trugen bei der Auswahl des Stoffes und der Art der Darstellung den Grundsätzen, die für die Sammlung „Struktur der Materie" maßgebend sind, Rechnung: Das Buch ist einerseits trotz Beschränkung auf möglichst wenig einführende Kapitel ohne Spezialkenntnisse auf diesem Gebiet für jeden Physiker verständlich; andrerseits bleibt im Rahmen des Buches genügend Raum, um das behandelnde Gebiet in derjenigen Tiefe auszuschöpfen, die als Grundlage für wissenschaftliche Weiterarbeit notwendig ist. Die Verff. haben mit großem Geschick den Zusammenhang zwischen den experimentellen Forschungsergebnissen und den theoretischen Grundlagen herausgearbeitet; beides ist in gleicher Weise hervorragend behandelt. Die einzelnen Arbeiten sind auf Grund der gesammelten Erfahrungen besprochen, sie werden z. T. kritischer beurteilt, ihre Ergebnisse z. T. anders gedeutet als in den Originalarbeiten. Gerade wegen dieser Darstellungsweise ist das Buch besonders geeignet zum Studium dieses modernen Gebietes, in dem öfters Ansichten und Deutungen, die in den Originalarbeiten niedergelegt sind, formal unwidersprochen blieben, obwohl sie, durch neue Anschauungen überholt, nicht mehr aufrechterhalten werden. An vereinzelten Stellen ist vielleicht eine kritische Besprechung noch nachzutragen; so z. B. bei der Methode von R. B. Brode (S. 24), zumal dessen Ergebnisse für *Hg* im Widerspruch mit denen von H. Beuthe stehen. (Diss. Greifswald 1926.)

Das Buch umfaßt in seinem Hauptteil etwa dasselbe Gebiet wie der Bericht des National-Research-Council Committee (1924) über Ionisierungs- und Anregungsspannungen, der in seiner Übersetzung von Suhrmann in Deutschland bekannt geworden ist, und bildet gewissermaßen das deutsche Gegenstück dazu. Mehr als der amerikanische Bericht[1]) bespricht es neben den experimentellen Tatsachen die Vorstellungen und Theorien, die sich im Laufe der Zeit über die einzelnen Vorgänge gebildet haben, und deutet an vielen Stellen auf Probleme hin, die ihrer Bearbeitung noch harren. Das Buch ist als Orientierungswerk für die wissenschaftliche Forschung sehr willkommen; es kann aber auch wegen seiner klaren, durch zahlreiche Figuren ausgestatteten Darstellung dem reiferen Studierenden zur Einführung in das behandelte Gebiet aufs wärmste empfohlen werden.

M. Rusch.

1) Leider ist auf diesen aus der Feder führender amerikanischer Forscher stammenden Bericht nur an nebengeordneter Stelle hingewiesen.

R. Hertz, Röntgenstrahlen (Physik, Technik und Anwendungen). 8°. 136 S. m. 48 Fig. i. Text u. 36 Abb. auf 16 Taf. Berlin, W. de Gruyter & Co. (Samml. Göschen Bd. 950.) 1927. Geb. M. 1.50.

Nach einer kurzen historischen Einleitung werden im 1. Teil die Beugungserscheinungen bei Röntgenstrahlen nebst den wichtigsten spektrographischen Methoden erläutert, hierauf das Moseleysche Gesetz und die Bohrsche Atomtheorie mit ihrer Deutung der Eigenstrahlung, ferner der lichtelektrische Effekt und seine Bedeutung für die Grenze des Bremsspektrums besprochen. Es folgen Absorption, Streuung und Energiemessung.

Der 2. Teil behandelt zunächst die Röntgenröhren, dann die Hochspannungsquellen, beide bis zu den modernsten Typen und schließt mit einem Abschnitt über Dosis- und Härtemessung.

Der 3. Teil befaßt sich mit den medizinischen Anwendungen unter besonderer Berücksichtigung der Blenden und der Homogenitätslehre, während Teil 4 kurz über die Röntgenmethoden der Materialprüfung, der chemischen Analyse und der Strukturforschung berichtet.

Ein kurzes Literaturverzeichnis für weiteres Studium ist beigegeben.

Das Büchlein gibt natürlich nur eine erste Orientierung für beruflich Interessierte, es ist flott und verständlich geschrieben, exakt im Ausdruck und beschränkt sich auf Wesentliches. Mehrere Tabellen bieten ein lehrreiches Zahlenmaterial. — Die Bezeichnung „Wärmestrahlen" (S. 22) darf nicht einem Spektralbereich vorbehalten werden. Das Bohrsche Modell ist heute nur noch als erste Näherung anzusehen. $\lambda = \frac{12.35}{kV}$ (S. 45) sollte man nicht schreiben, da doch kV eine Einheit, keine Maßzahl ist.

E. Nies.

U. Retzow, Die Eigenschaften elektrotechnischer Isoliermaterialien in graphischen Darstellungen. Eine Sammlung von Versuchsergebnissen aus Technik und Wissenschaft. Gr. 8°. VI und 250 S. Mit 330 Abb. Berlin, J. Springer. 1927. Geb. M. 24.—.

Das Buch von U. Retzow gibt mit Hilfe graphischer Darstellungen (ohne Text) einen sehr umfangreichen Überblick über die experimentellen Resultate der Isolierstoffforschung von physikalischer und von technischer Seite. Die 3 Hauptabschnitte des Buches befassen sich mit den Eigenschaften fester und faseriger Isolierstoffe, flüssiger und erstarrter Isolier- und Ausgußmassen, und schließlich gasförmiger Isolierstoffe. Die verschiedenen Stoffe sind nicht nur hinsichtlich ihrer elektrischen Eigenschaften behandelt, sondern auch, was das Buch besonders wertvoll macht, hinsichtlich des sonstigen physikalischen Verhaltens. (Z. B. spez. Gewicht, spez. Wärme, Schmelzpunkt, Siedepunkt, Zähigkeit, Wärmedehnung, Kompressibilität, Verhalten gegen Feuchtigkeit, Alterung, usf.). Im ersten Abschnitt ist auch noch ein Teil über die mechanische Beanspruchung und die technologischen Prüfungen der festen Körper enthalten.

Der Gedanke, diese ganzen Eigenschaften in Form von Kurvenblättern darzustellen, war ein sehr glücklicher, denn die Materialeigenschaften der Isolierstoffe lassen sich in den meisten Fällen nicht durch einfache analytische Formeln darstellen und können meistens nicht gut durch einfache Zahlen charakterisiert werden. Die Genauigkeit und Reproduzierbarkeit der Werte ist bei den meisten Stoffen nicht so groß, daß die Darstellungen in graphischer Form nicht vollständig genügte. Die einzelnen Abbildungen besitzen eine kurze Unterschrift mit den nötigen Daten und dem Hinweis auf die Arbeit, aus der sie entnommen sind. Am Ende jedes Einzelabschnittes ist eine Zusammenstellung all der Arbeiten enthalten, die sich mit dem Gegenstande beschäftigen. Es ist eine außerordentlich große Zahl von Arbeiten (ca. 3000) zusammengetragen, so daß das Buch heute wohl das vollständigste Nachschlagwerk auf diesem Gebiete ist. Seiner ganzen Anlage nach ist das Buch kein Lehrbuch, sondern ein Handbuch, und ist für denjenigen von besonderem Nutzen, der schon einige Kenntnis des Gegenstandes mitbringt. Nicht nur für den Isolationstechniker, sondern auch für den forschenden Physiker ist das Werk von großer Bedeutung, da es möglichst alle bekannten Daten in sehr übersichtlicher Zusammenstellung bringt. An manchen Stellen wäre eine etwas ausführlichere Unterschrift mit kurzer Angabe wie die betreffende Größe gemessen ist, erwünscht, weil dies manch weiteres Nachschlagen ersparte.

Den 3 Hauptabschnitten folgt ein vierter mit Literaturangaben über motorische und magnetische Erscheinungen an Isolierstoffen, Zerstörungen, Prüf- und Meßverfahren und technische Anwendungen. In einem Nachtrag sind die nach 1924 erschienenen Arbeiten zitiert. Ein Stoffverzeichnis gibt für alle behandelten Stoffe die Arbeiten an, die sich mit ihm befaßt haben.

Das Buch gibt eine ausgezeichnete und äußerst allseitige und umfassende Übersicht über die Erfahrungen an Isolierstoffen jeder Art aus Wissenschaft und Technik. Es kann jedem, der sich für Isolierungsfragen vom wissenschaftlichen oder praktischen Standpunkte aus interessiert, nur auf das Wärmste empfohlen werden. Kurz, klar und rasch gibt es Antwort fast auf jede Frage, die in diesem Gebiete auftritt und die bearbeitet worden ist, oder es gibt zum mindesten eine große Zahl von Arbeiten an, die sich mit der betreffenden Frage beschäftigen.

W. O. Schumann.

St. Jellinek, Spurenkunde der Elektrizität, Elektrophysiographie. 101 S. Mit 152 Textfiguren und 1 farbigen Tafel. Leipzig u. Wien, Franz Deuticke. 1927. M. 12.—, geb. M. 14.—.

Dem verdienstvollen Verfasser, von dem neue Methoden zur Behandlung durch Elektrizität Verletzter herrühren, muß auch der Physiker dafür dankbar sein, daß er in jahrelanger Arbeit das Elektropathologische und Blitzschlag-Museum in Wien geschaffen hat, in dem eine Fülle von Beispielen der oft rätselhaft anmutenden Wirkungen des Blitzes und des technischen Starkstromes zusammengetragen sind. Eine kleine Auswahl aus diesem großen Material erscheint im vorliegenden Bande in guten meist photographischen Reproduktionen wiedergegeben und regt zum Studium dieser seltenen und schwer reproduzierbaren Erscheinungen an. Das Buch stellt einen Versuch dar zur Begründung einer systematischen Lehre von den auf lebender und toter Materie zurückgelassenen Veränderungen und Spuren der Elektrizität, die eine insbesondere technisch, medizinisch und forensisch wichtige sichere Grundlage zur Beurteilung elektrischer Unfälle liefern soll. Für praktische Zwecke wird in dieser Richtung wohl auch einiges geleistet sein; theoretisch wäre auf die physikalischen Grundlagen tiefer einzugehen. Mit der Auswahl und der Einteilung des Stoffes, die allerdings gerade durch die bunte Mannigfaltigkeit der Objekte erschwert ist, kann sich Ref. nicht durchwegs einverstanden erklären; es darf aber nicht vergessen werden, daß der Verf. nicht Physiker, sondern Arzt ist. K. Przibram.

Berichtigung

zur Arbeit: „Die Reduktionen der Schwerebeschleunigung und die Lehre von der Isostasie" von H. Jung (Physik. Zeitschr. 28, 377, 1927).

Auf Seite 380, rechte Spalte, Zeile 12 von unten muß es richtig heißen:

$$\mathfrak{F}_{00}'''$$

anstatt:

$$\mathfrak{F}_{00}'''.$$

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Breslau Dr. Hermann Senftleben für Physik.

Ernannt: Der Privatdozent an der Universität Berlin Dr. Kurt Bennewitz zum beamteten a. o. Professor der physikalischen Chemie an der Universität Jena, der a. o. Professor an der Universität Göttingen Dr. Hans Kienle zum ord. Professor der Astronomie und Leiter der Sternwarte daselbst, Dr. Peter G. Carter vom United College in St. Andrews zum Professor für organische Chemie an der Universität Sydney, Dr. W. E. Garner zum Professor für physikalische Chemie an der Universität Bristol.

Gestorben: Der Honorarprofessor an der Universität Rom Dott. Vincenzo Cerulli.

Angebote.

TECHNISCHE STAATSLEHRANSTALTEN ZU BREMEN

Zum 19. September 1927 wird eine Lehrkraft mit abgeschlossener Hochschulbildung für den Unterricht in den Lehrfächern:

Experimentelle Elektrizitätslehre (Elektrophysik), Hochspannungstechnik u. Laboratoriumsübungen

an der Höheren Maschinenbauschule gesucht. Bewerber mit Lehrerfahrungen werden bevorzugt.

Die Besoldung beginnt mit 95% der Eingangsgruppe X und richtet sich im übrigen nach der Zahl der anrechnungsfähigen Vordienstjahre.

Bewerber um diese Stelle wollen ihre Gesuche unter Beifügung eines Lebenslaufes und beglaubigter Zeugnisabschriften bis zum 5. Juli an die Unterrichtskanzlei, Bremen, Georgstr. 5, einreichen.

Die Besetzung der Stelle erfolgt auf Privatdienstvertrag

Gesuche.

Physiker und Mathematiker

sucht

gestützt auf hervorragende Zeugnisse Dauerstellung. Völlige Beherrschung der Darstellung physikalischer Vorgänge durch mathematische Methoden. Spezialfächer: Elektro-Hydro- und Aero-Dynamik. Gediegene Behandlung von Patentangelegenheiten.

Angebote (auch ausländische) befördert **Schüddekopf, Hannover, Höltystraße 2**

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.